

DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE

CRIKVENICA, 11–13. TRAVNJA 2008.

UPUTE NATJECATELJIMA

Pri rješavanju zadataka držite se u njima danih uputa i samoga teksta zadatka.

Ako se u zadacima susretete s nepoznatim sadržajima, oslonite se na umetnute naputke. Može se doći do rješenja zadatka i bez prethodnoga susreta s takvom vrstom zadataka.

BODOVI:

- ISPRAVNO rješenje: 3 boda,
- IZOSTANAK rješenja: 1 bod,
- KRIVO/NEPOTPUNO/PREOBILNO rješenje: 0 bodova.

REZULTATI:

<i>Zadatak</i>	<i>broj bodova i potpis</i>	<i>1. ispravak i potpis</i>	<i>2. ispravak i potpis</i>
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
UKUPNO:			

1. Pojmovi S i P usporedni (koordinirani) su pojmovi nepraznoga opsega, a pojam M njihov je viši pojam. Odredite istinitost sljedećih rečenica s obzirom na takvo stanje stvari upisujući DA ako je tvrdnja istinita, NE ako nije istinita, te NEODREDIVO ako se istinitosna vrijednost ne može odrediti!

- (a) Svi S su P ._____
- (b) Svi M su P ._____
- (c) Nijedan S nije P ._____
- (d) Neki P nisu M ._____
- (e) Neki M nisu ni S ni P ._____
- (f) Za svaki S vrijedi da je P ili M . _____
- (g) Za svaki M vrijedi da je P ako i samo ako nije S . _____
- (h) Sve ono što je istodobno i S i P također jest M ._____

2. Za svaku od zadanih rečenica (a) – (d) odredite koje rečenice ona implicira (koje su rečenice njezine logičke posljedice), upisujući DA ili NE na odgovarajućem mjestu! Ako rečenica (a) implicira rečenicu (c), u donjoj tablici, koja ima pet redaka i pet stupaca, upisat ćemo DA u ćeliji koja se nalazi na presjeku drugog retka i četvrtog stupca, u protivnom upisat ćemo NE.

- (a) Svatko voli nekoga.
- (b) Netko voli svakoga.
- (c) Svatko voli samoga sebe.
- (d) Svatko voli samoga sebe ili nekoga drugoga.

	(a)	(b)	(c)	(d)
(a) implicira				
(b) implicira				
(c) implicira				
(d) implicira				

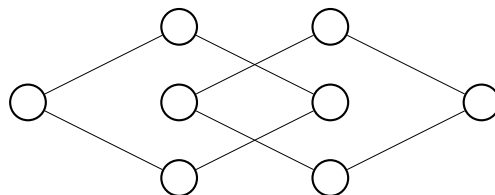
3. Definirajmo pogodbeni (kondicionalni) odnos između iskaznih (propozicijskih) slova na sljedeći nači način.

Slovo S_1 u pogodbenom je odnosu prema slovu S_2 s obzirom na skup R rečenica akko iz R slijedi $S_1 \rightarrow S_2$.

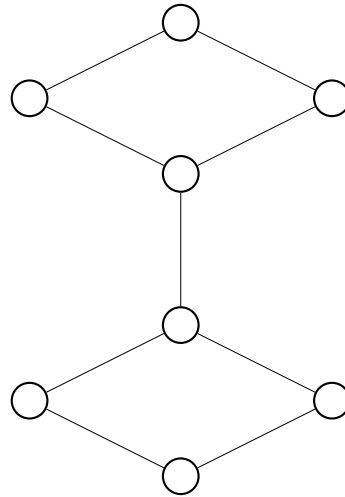
Neka skup R sadrži sljedeće rečenice:

$$\begin{aligned} &\neg A \vee (D \wedge B), \\ &(B \vee D) \rightarrow C, \\ &(\neg F \vee \neg H) \rightarrow \neg E, \\ &\neg((F \vee H) \wedge \neg G). \end{aligned}$$

- (a) Donja slika na nepotpun način prikazuje pogodbene odnose. Ako vrijedi da je S_1 u pogodbenom odnosu prema S_2 , onda crta spaja S_1 i S_2 tako da je S_1 niže od S_2 . Nadopunite "mrežu" upisujući slova A, B, C, D, E, F, G, H u ili iznad odgovarajućih kružića! Na slici su izostavljene povratne (refleksivne) i tranzitivne (prijelazne) crte, koje bismo inače morali ucrtati.



(b) Dodavanje bi koje pogodbe (kondicionala) u skup R preinačilo gornju “mrežu” na način prikazan donjom slikom!



Pri tome ta pogodba mora ispunjavati i uvjet da su prednjak i posljedak (antecedent i konsekvent) slova (a ne složeni iskazi)!

4. Pretpostavimo euklidski prostor – onaj koji pretpostavljamo, primjerice, kad se u osnovnoj školi bavimo geometrijom. Definirajmo značenje priroka R^2 ovako:

R^2 : iz točke _____ može se doći u točku _____.

- (a) Uz polje desno od svakoga iskaza u donjoj tablici upišite DA ako iskaz točno opisuje euklidski prostor, a NE ako ga ne opisuje točno:

1.	$\forall x \forall y \forall z ((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz)$	
2.	$\forall x Rxx$	
3.	$\exists x \forall y \neg Ryx$	
4.	$\forall x \forall y \forall z ((Rxy \wedge Rxz) \rightarrow Ryz)$	
5.	$\forall x \forall y \exists z (Rxz \wedge Rzy)$	
6.	$\forall x \forall y \exists z (Rxz \wedge Ryz)$	
7.	$\forall x \forall y (Rxy \vee Ryx)$	
8.	$\exists x (\neg \exists y Ryx \wedge \forall y \neg Rxy)$	
9.	$\exists x (\neg \forall y Ryx \wedge \forall y \neg Rxy)$	
10.	$\neg \forall x (\exists y Ryx \vee \exists y Rxy)$	

- (b) Zamislimo sada da u prostoru ima više “crnih rupa”, tj. točaka u koje se može doći, ali iz kojih se ne može izaći.

Navedite brojeve rečenica od 2 do 10 iz tablice u gornjem podzadatku koje točno opisuju prostor s “crnim rupama”:

- (c) Navedite brojeve rečenica od 1 do 10 iz tablice u gornjem podzadatku koje opisuju na točan način pravocrtno (linearno) neprekinuto vrijeme koje iz beskonačne prošlosti teče u beskonačnu budućnost (R^2 : trenutak _____ je prije trenutka _____):

- (d) Ima li u gornjoj tablici nekih različitih rečenica koje su međusobno istovrijedne? Ako da, navedite njihove brojeve:

5. Dopunite sljedeći dokaz iskazima i opravdanjima desno! U opravdanjima upotrijebite ‘pretpostavka’, ‘u’ za ‘uvođenje’, ‘i’ za ‘isključenje’, ‘op’ za ‘opetovanje’ i poveznike $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ (npr. ‘ $u\wedge$ ’ za ‘uvođenje konjunkcije’). Pripazite, ‘ $i\neg$ ’ je pravilo koje se primijenjuje samo na dvostruki nijek.

1	P	
2		
3		
4		$\neg Q$
5		3 $u\vee$
6		$u\neg$
7		
8		7 $u\vee$
9		$\neg(Q \vee \neg Q)$
10		$u\neg$
11	$Q \vee \neg Q$	
12		
13		
14		$(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$
15		
16		$P \wedge \neg Q$
17		
18		$(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$

6. Zamislimo da putujemo nekom slabo istraženom zemljom o kojoj imamo vrlo malo podataka. Iako na mnoga pitanja nemamo odgovore (gdje ima pitke vode, što znače pojedine riječi u domorodačkome jeziku, itd.) ipak smo prisiljeni snalaziti se i donositi mnoge zaključke. Očito je da nećemo za svaki iskaz znati je li istinit ili neistinit, nego će mnogi za nas imati neodređenu istinitosnu vrijednost (oznaka **b**, u smislu ni istinito, ni neistinito).

Imamo, dakle, tri istinitosne vrijednosti, **i**, **b** i **n** (redom od najjače do najslabije). Neka $\neg\mathbf{P}$ ima vrijednost **b** ako i samo ako **P** ima vrijednost **b**, a inače neka se nijek ponaša kao i u običnoj (klasičnoj) logici. Neka konjunkcija ima vrijednost konjunkta s najslabijom vrijednošću, a disjunkcija vrijednost disjunkta s najjačom vrijednošću. Pogodba i dvopogodba definiraju se pomoću navedenih poveznika na uobičajen način.

Na našem smo putovanju došli do sljedećih spoznaja:

Znamo da u blizini ima vode i hrane. Ne znamo je li voda pitka. Ne znamo, također, ima li u blizini ljudi.

Koju vrijednost, pod gornjim pretpostavkama, imaju sljedeće rečenice:

(a)

<i>Rečenica</i>	<i>Vrijednost</i>
1. Ako u blizini ima vode, voda je pitka.	
2. Ako u blizini ima ljudi, u blizini ima i vode i hrane.	
3. Ako u blizini nema ljudi, nema ni hrane.	
4. Ako u blizini ima hrane, ima i pitke vode.	
5. U blizini nema ljudi niti pitke vode.	

- (b) Navedite, pod gornjim uvjetima, jedan oblik valjane (uvijek istinite) rečenice, a ako mislite da nema takva oblika stavite znak /.
-