DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE

Sinj, 21.-23. travnja 2016.

BODOVI:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- KRIVO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

ZADATAK	**BROJ BODOVA**	**MAX BODOVA**
1.		24
2.		36
3.		30
4.		60
5.		36
6.		33
7.		87
8.		48
9.		48
10.		30
11.		30
12.		96
UKUPNO		**558**

Vrijeme rješavanja testa: 180 minuta

Zadatak 1. - Pravokutni brojkazi

Brojevne smo zapise iskaza već susreli na ovogodišnjem županijskom/međužupanijskom natjecanju iz logike. U ovom će zadatku brojevi igrati dvostruku ulogu u ovisnosti o mjestu koje zauzimaju u iskaznoj strukturi. Ako svojim položajem “pokrivaju” - “leže” na nekom drugom broju/brojevima, onda igraju ulogu logičkih operatora pokazujući svojim izvornim značenjem koliko je od tako „pokrivenih“ podiskaza istinito. Ako se pod njima ne nalazi nijedan broj, oni se shvaćaju kao jednostavni iskazi, pri čemu je njihova brojčana veličina isključivo u funkciji međusobnoga simboličkog razlikovanja.

Primjerice,

<table>
<tr><td colspan="3">2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td colspan="2">0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
</table>

znači (čitamo odozgo naniže):

Istinito je oboje (2):
Iskaz *1*
Neistinito je oboje (0):
Iskaz *1*
Iskaz *2*

Naravno, to je nezadovoljiv/nekonzistentan iskaz (kontradikcija). Nije moguće da iskaz *1* bude istinit i da bude neistinit. No njegova istinitost ovdje nije važna.

Općenito, struktura

<table>
<tr><td colspan="2">x</td></tr>
<tr><td>P</td><td>R</td></tr>
</table>

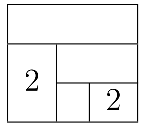
u kojoj je x cijeli broj iz skupa $\{0, 1, 2\}$ znači:

Točno je x iskaza iz skupa {P, R} istinito.

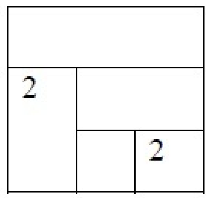
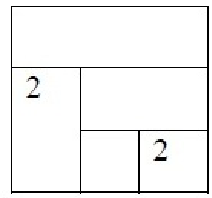
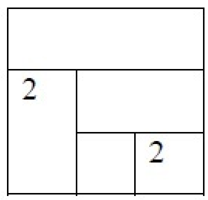
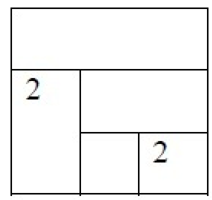
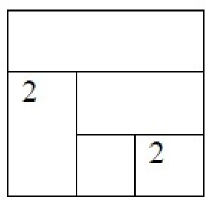
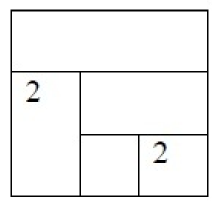
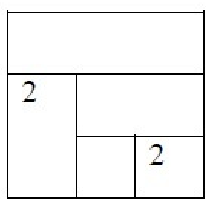
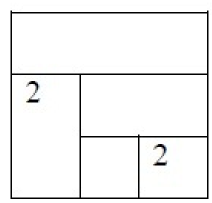
P i R, već smo to upoznali, mogu biti također brojevne strukture u kojima razlikujemo operator i (pod)iskaze na koje se on odnosi.

U ovom ćemo zadatku popunjavati nedovršenu brojevnu iskaznu strukturu tako da ispuni zadane uvjete.

Zadržat ćemo se upravo na strukturi poput one koju smo obradili u uvodnome primjeru:



Popunite tu strukturu u sljedećim zadatcima koristeći brojeve iz skupa $\{0, 1, 2\}$ tako da iskaz predstavljen cjelovitom strukturom bude tautologija, odnosno istovrijedan s nekim od podiskaza. Unesite najviše dva različita rješenja, bude li to moguće, a u protivnom prekrižite strukture koje se ne daju popuniti u skladu sa zahtjevima zadatka.

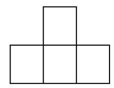
a) Tautologija		
b) Istovrijedan iskazu ***0***		
c) Istovrijedan iskazu ***1***		
d) Istovrijedan iskazu ***2***		

Bodovanje: svaka dobro popunjena te svaka opravdano prekrižena struktura donose po tri boda. Nedirnuta struktura donosi po 1 bod, a pogrešno riješena (prekrižena) 0 bodova.

(8×3 boda = 24 boda)

Zadatak 2. - Piramidalni brojkazi

U tablici na dnu ove stranice nalaze se četiri "piramidalne brojevne strukture". Svaki od brojeva koji se ne nalazi u najdonjem retku piramidalne brojevne strukture uspostavlja odnos s trima brojevima koji se nalaze u retku ispod. Brojevi obuhvaćeni tim odnosom tvore sljedeću strukturu:



Uspostavljajući takav odnos svojom brojčanom veličinom određuje koliko je istinitih iskaza među ta tri koji se nalaze ispod njega. Brojevi u najdonjem retku piramidalne strukture predstavljaju iskaze textit0, textit1 i textit2. Treba vidjeti da operatori 0, 1, 2, 3 nisu isto što i jednostavni (pod)iskazi textit0, textit1 i textit2.

Općenito,

	x	
P	R	S

gdje je x cijeli broj iz skupa $\{0, 1, 2, 3\}$ znači:

Točno je x iskaza iz skupa $\{P, R, S\}$ istinito.

P, R i S su ili "podiskazne" strukture istoga oblika ili zasebne brojke u najdonjem retku cjelovite piramidalne strukture.

Popunite sljedeću tablicu istinitosnim oznakama I (istinito), N (neistinito), ? (neodređeno) tako da pokušate odrediti istinitosti iskaza 0, 1 i 2 s obzirom na piramidalne strukture (za koje pretpostavljamo da su istinite) koje su zadane u gornjem dijelu tablice:

	0 0 1 2 1 0 2 1 0	2 1 1 3 1 1 0 2 2	2 0 0 0 1 0 1 0 2	1 3 3 3 2 0 1 2 1
0				
1				
2				

Bodovanje: svako točno popunjeno polje tablice donosi po 3 boda. Izostavljeno rješenje 1 bod, a pogrešno rješenje 0 bodova.

(12×3 boda = 36 bodova)

Zadatak 3. - Šijalka

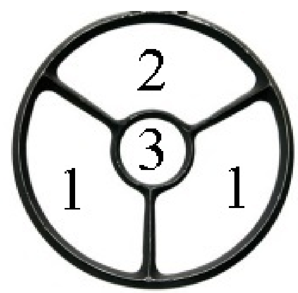
1. Vlasul, Blokara, Paškar i Lučeta za stolom igraju starinsku „šijalku“. Svaki je na glavu svoju do kraja nabio kalpak od kunovine urešen ćelenkom s vraninim perjem, radi bolje koncentracije. Jer valja dobro paziti što se govori, ali i još više valja dobro čuti drugoga. Zato, bit će glasni, vikati se i derati, da nadaleko bude glasno i jasno. Tko za nekog u toj igri kaže „On je u sridu“, time tvrdi da je ovaj sa svakom od svoje tri izjave pogodio, odnosno, da mu je svaka „na mistu“, svaka istinita. Kada se za nekog kaže „On je udva“, tvrdi se da su dvije od njegove tri izjave istinite. Izjava „on je u jedan“ znači da mu je samo jedna izjava istinita. Okrenuli su se jedan prema drugome u krug i započeli, brzo i glasno, nadvikujući se i prekidajući jedan drugoga, baš kako i treba u toj tradicionalnoj igri, udarajući o drven stol šakom svaki put kad dovrše svoju izjavu:

Vlasul: Blokara je u jedan!
Blokara: Lučeta je udva!
Lučeta: Paškar je u jedan!
Paškar: Vlasul je udva!
Vlasul: Lučeta je u jedan!
Lučeta: Blokara je u jedan!
Blokara: Paškar je u jedan!
Paškar: Blokara je u jedan!
Blokara: Vlasul je u sridu!
Vlasul: Paškar je udva!
Paškar: Lučeta je u jedan!
Lučeta: Vlasul je udva!

A sada je vrijeme da odredimo pobjednika. Početno slovo njegova imena treba unijeti u središnji krug ove alke, dakle, u sridu. To je onaj čiji je svaki povik zapravo istinit. U gornje polje treba unijeti početno slovo imena onog koji je „vika“ točno „dvi“ istine. U donja bočna polja na kraju treba staviti po jedno od početnih slova preostalih natjecatelja. Naime, pobjednika određujemo prema pretpostavci da je on u toj igri jedini „vika“ tri istine, jedan dvije, a preostala dvojica po jednu istinu. U svakom od četiri polja alke treba stajati točno jedno slovo iz skupa {V, B, L, P} i svako slovo tog skupa treba stajati u točno jednom od četiri polja alke.

2. Alka je napravljena od kovanoga željeza. Sastoji se od dva krakovima povezana obruča. Manji ima promjer 3,51 cm, a veći 13,1 cm. Obruči su povezani tako da se središnje kružno polje smjestilo između tri veća rubna polja. Obruči i krakovi alke debljine su 6,6 mm i imaju oštar rub koji je okrenut prema jahaču koji alku gađa kopljem. Alkarsko je koplje od drveta. Dugačko je od do 300 centimetara, a promjer mu je 32,9 milimetara.
Sada ćemo jezikom priročne logike pokušati opisati određena svojstva alke, bez namjere da opis bude potpun, no prije toga upoznat ćemo se s glavnim sastavnicama. Alka, kao što se vidi na slici, ima četiri strogo odijeljena polja. U svakom od ta četiri polja nalazi se neodređeno mnogo mjesta. Kroz mjesta u poljima prolazi koplje. Dakle, ona su manja od polja, možemo ih smatrati dijelovima polja i međusobno, upravo zbog mogućnosti da koplje u alku uđe milimetar ovamo ili onamo, nisu strogo odjelita kao što su to polja. Naravno, mjesta ne treba poistovjećivati s točkom ili samim vrškom koplja. Ona imaju određenu površinu.
Treba biti precizan u određivanju odnosa među mjestima. Mjesto je iznad drugoga mjesta ako postoji neka točka u prvome mjestu koja je iznad svake točke drugoga mjesta. U polju "dva" najdonje je mjesto ispod najvišeg mjesta u polju "srida". Barem su dva mjesta takva. Najdonje lijevo mjesto polja "dva" lijevo je od krajnje lijevoga mjesta "sride". Najdonje desno mjesto polja "dva" desno je od krajnje desnoga mjesta "sride" itd.

Predmetno područje: polja i mjesta u alci.
Px: x je polje u alci
Mx: x je mjesto u alci
Mxy: x je mjesto u y
Lxy: x je lijevo od y
Dxy: x je desno od y
Nxy: x je iznad y
Pxy: x je ispod y



Koje od sljedećih formula opisuju alku (koje su, s obzirom na vidljiv odnos polja i mjesta u alci, istinite)? Uz svaku formulu zaokružite DA ako odgovara alci, a u protivnom NE.

1. $\exists x \forall y \forall z \forall w((Px \land My \land Myx) \to ((Pz \land z \neq x \land Mw \land Mwz) \to Nyw))$ DA NE
2. $\forall x \exists y \exists z(Px \land My \land Myx \land ((Mz \land Mzx \land z \neq y) \to Nyz))$ DA NE
3. $\neg \exists x \exists y \exists z(y \neq z \land Py \land Pz \land Mx \land Mxy \land Mxz)$ DA NE
4. $\forall x((Px \land \forall y((My \land Myx) \to \exists z(Pz \land \forall w((Mw \land Mwz) \to Lyw)))) \to$ $\neg \exists q(Mq \land Mqx \land \forall r(Mr \land r \neq q) \to Nqr))$ DA NE
5. $\neg \exists x \neg \exists y \forall z(Px \land My \land Myx \land (z \neq y \to (Lyz \lor Dyz \lor Nyz \lor Pyz)))$ DA NE
6. $\forall x \forall y \forall z \forall w \forall t \forall s \forall q \exists r((Px \land Py \land Mz \land Mw \land Mt \land Ms \land Mzx \land Mwy \land$ $Mtx \land Msy \land Pq \land ((Mr \land Mrq) \to (Nzr \land Nwr \land Ptr \land Psr))) \to x = y)$ DA NE

(10×3 boda = 30 bodova)

Zadatak 4. - Rješavači

Četvero rješavača sudjeluje na malome natjecanju u zaokruživanju odgovora čija istinitost ovisi isključivo o njihovim zaokruženim odgovorima. Svakomu je od njih stalo do vlastite anonimnosti, pa to valja poštivati. Ipak, nekako ih moramo razlikovati, pa ćemo to učiniti horoskopskim oznakama koje je svatko od njih za sebe odabrao bez da je pritom ušao u spor s drugim. Dakle, oni su redom ♑(jarac), ♈(ovan), ♉(bik) i ♌(lav). Natjecanje se sastoji u rješavanju testa s četiri potpuno jednaka zadatka. Tekst toga "četverostrukog" zadatka glasi:

Zaokruži točno jedno od ponuđenih rješenja:
a) Zaokružio sam isto kao još točno jedan rješavač.
b) Samo sam ja zaokružio ovo rješenje.
c) Svatko je zaokružio različito rješenje.
d) Barem dvojica preostalih rješavača zaokružila su isto rješenje.

Bodovanje se vrši prema sljedećem ključu:

- *Ako je u zadatku neki natjecatelj jedini odabrao istinitu rečenicu, dobio je četiri boda.*
- *Ako su u zadatku točno dva natjecatelja odabrala istinitu rečenicu, obojica dobivaju po tri boda.*
- *Ako su u zadatku točno tri natjecatelja odabrala istinitu rečenicu, svaki od njih dobiva po dva boda.*
- *Ako je u zadatku svaki natjecatelj odabrao istinitu rečenicu, svaki od njih dobiva po jedan bod.*
- *Natjecatelj koji je odabrao neistinitu rečenicu, ostaje bez bodova.*

To malo natjecanje među njih četvero sigurno je zanimljivo i nestrpljivi smo doznati još ponešto o tom nesvakidašnjem intelektualnom događaju. Zato smo se obratili povjerenstvu koje je pratilo tijek natjecanja i obradilo rezultate. Ovo je bila prva njihova izjava:

- *Rješavanje je izvršeno uredno i bez propusta. Svaki je rješavač svaki zadatak riješio propisno, pravilno zaokružujući samo jedno rješenje. Sutradan ćemo objaviti puno priopćenje!*

Mi, naravno, želimo doznati što više i predstavnika povjerenstva, srdačnu i dobro raspoloženu osobu, pitamo za pojedinosti.

- Svaki je natjecatelj svako od četiri različita rješenja zaokružio upravo jednom. U prvom je zadatku podijeljeno ukupno četiri boda, koliko je podijeljeno i u četvrtome zadatku. Što vrijedi za bodovni odnos prvoga i četvrtoga zadatka, vrijedi za bodovni odnos preostala dva: jednako je bodova podijeljeno. Jarac i bik imaju na kraju jednako bodova. Ovan ima više nego jarac i bik zajedno, dok lav ima više nego sva trojica preostalih zajedno. Ni u kojem zadatku nisu svi natjecatelji dobili jednak broj bodova. Za rješenje ***a*** *u cijelome je testu dobiveno ukupno šest bodova.*

1. Hm, iz tih riječi baš i ne možemo izvući cijelu sliku! Ipak, ako pažljivo promislimo sve što smo do sada doznali o samome natjecanju, ponešto možemo rekonstruirati. Pokušajmo odrediti koliko je koji natjecatelj u kojem zadatku dobio bodova (u svako otvoreno polje treba, ako za to postoji dostatan razlog, unijeti neki od cijelih brojeva). Ako pojedina bodovna vrijednost još nije odrediva, u tablicu treba staviti '/':

	Jarac ♑	Bik ♉	Ovan ♈	Lav ♌
Zadatak 1				
Zadatak 2				
Zadatak 3				
Zadatak 4				
Ukupno:				

Napomena: Za svaki točno popunjen redak tablice natjecatelj dobiva 3 boda. Ukupno za podzadatak 1: $5 \times 3 = 15$ bodova.

2. Potom ćemo dovršiti sljedeće rečenice tako da one budu istinite prema onome što do sada o natjecanju znamo. Na praznoj crti smije stajati samo jedno od slova a, b, c, d. Ako to nije moguće na temelju informacija iz teksta koji prethodi podzadatku 1, stavit ćemo '/'.

1. U zadatku u kojem je lav zaokružio a, ovan je zaokružio ___.
2. U zadatku u kojem je ovan zaokružio ___, lav je zaokružio b.
3. U zadatku u kojem je lav zaokružio c, ovan je zaokružio ___.
4. U zadatku u kojem je ovan zaokružio ___, lav je zaokružio d.
5. U zadatku gdje je ovan zaokružio a, rješenje ___ ili rješenje ___ zaokružili su bik i jarac.

Ukupno za podzadatak 2: $5 \times 3 = 15$ bodova.

3. Kada smo uspješno rekonstruirali dio događaja, zaslužili smo da nam predstavnik povjerenstva otkrije još ponešto.

-Postoji x veći od 1 takav da vrijedi: točno su x zadatka takva da su u njima zaokruživana točno x različita rješenja.

Škrto od njega! Možda bi bolje bilo da smo strpljivo sačekali potpuno službeno očitovanje cijeloga povjerenstva? Ipak, možemo li nakon upravo dobivene izjave barem malo popuniti svoju sliku ishoda natjecanja? Rješavamo kao i prethodne rečenice:

6. U zadatku u kojem je lav zaokružio a, jarac je zaokružio ___ a [1] bik je zaokružio ___.

7. U zadatku u kojem je ovan zaokružio c, jarac je zaokružio ___ a bik je zaokružio ___.

Ukupno za podzadatak 3: $2 \times 3 = 6$ bodova.

4. Sad tek osjećamo što to znači "zaslužiti" informaciju! A da smo ovim zaključivanjem doista zaslužili od predstavnika povjerenstva čuti ono što slijedi, sigurno vjeruje sam predstavnik koji nam kaže:

-U svakom je zadatku bar jedan rješavač zaokružio rješenje koje po redu odgovara samom zadatku. Dakle, u prvom zadatku bar netko je zaokružio a, u drugom zadatku bar netko b itd.

O, hvala ti od srca, predstavniče! Znamo li sada dovršiti sljedeće tvrdnje? Rješavamo kao i prethodne rečenice:

8. U prvom zadatku bik je zaokružio ___ a jarac___ .

9. U drugom zadatku bik je zaokružio ___ a jarac ___.

10. U trećem zadatku bik je zaokružio ___ a jarac ___.

11. U četvrtom zadatku bik je zaokružio ___ a jarac ___.

Ukupno za podzadatak 4: $4 \times 3 = 12$ bodova.

[1] Veznik 'a' ovdje ne mora ukazivati da su jarac i bik zaokružili različita rješenja. Taj se veznik koristi isključivo kako se rješavače ne bi prekomjerno navodilo na pomisao da rješenja koja su jarac i bik odabrali u tom zadatku moraju biti ista.

5. Predstavnik povjerenstva, dirnut našim naporom, svladava ostatke vlastitoga otpora i potpuno se otvara:

- Uzimajući u obzir sva rješenja koja su odabrali natjecatelji u četiri postavljena zadatka možemo reći sljedeće: da se rješavačima kojim slučajem pridružio još jedan natjecatelj, škorpion ♏i u svakome zadatku zaokruživao isto što i ovan, to bi značajno izmijenilo bodovnu sliku. Više ne bi vrijedilo da nema zadatka u kojem su rješavači dobili jednako bodova, lavu bi nanio značajnu bodovnu štetu, a bika bi značajno podigao na ukupnoj bodovnoj ljestvici.

Na kraju, eto, predstavnik povjerenstva nagrađuje nas i ponekom suvišnom porukom. Želi li nas tako zastrašiti na samome kraju potpune rekonstrukcije rezultata, ostavljajući dojam kako je pred nama jedan vrlo složen zaključak?

U tablicu ćemo unijeti rješenja pojedinih natjecatelja po zadacima. U svako otvoreno polje treba unijeti neko od slova a, b, c, d:

	Jarac ♑	Bik ♉	Ovan ♈	Lav ♌
Zadatak 1				
Zadatak 2				
Zadatak 3				
Zadatak 4				

Napomena: Za svaki točno popunjen redak tablice natjecatelj dobiva 3 boda. Ukupno za podzadatak 5: $4 \times 3 = 12$ bodova.

(20×3 boda = 60 bodova)

Zadatak 5. - Dijagnoza

Logarto Laborić je mladi pripravnik u glavnom laboratoriju vodeće gradske klinike. Za dijagnostiku, to vrlo važno i zahtjevno područje u kliničkoj praksi, djelatnike laboratorijskoga odjela valja osposobiti što prije i što bolje. Uz stjecanje iskustva i novih znanja potrebno je vježbati i zaključivanje kao sredstvo kvalitetne primjene usvojenoga znanja. Naš Logarto upravo sudjeluje u jednoj takvoj vježbi. Pred njim je pojednostavljeni sažetak osnovnoga znanja o anemijama, tzv. dijagnostički predložak:

*Ako je pacijentu snižena koncentracija hemoglobina, onda ima neku od sljedećih dijagnoza: megaloblastičnu anemiju (**MA**), aplastičnu anemiju (**AA**), anemiju kronične bolesti (**AKB**), sideropeničnu anemiju (**SA**) te hemolitičku anemiju (**HA**). Pacijent koji ima sideropeničnu anemiju, ima snižene ili normalne retikulocite i željezo. Pacijent ima aplastičnu anemiju samo ako mu je povišeno željezo. Ima li pacijent povišene retikulocite i sniženo željezo, sigurno nema hemolitičku anemiju. Pacijent s megaloblastičnom anemijom uvijek ima bilo povišen MCV, bilo normalne ili snižene retikulocite. Pacijent koji ima anemiju kronične bolesti može imati normalan, snižen ili povišen MCV, no retikulociti su mu svakako normalni. Nalazi pacijenata koji imaju anemiju kronične bolesti razlikuju se od nalaza pacijenata koji imaju hemolitičku anemiju, između ostalog, i po vrijednosti feritina. Kod prvih je, naime, snižen, dok je kod drugih povišen. Sideropenična se anemija od anemije kronične bolesti po vrijednosti feritina ne razlikuje.*[2]

a) Nakon što je Logarto dobro proučio sažetak, pristupio je drugome dijelu vježbe. Zadatak mu je odrediti dijagnozu na osnovi podataka iz nalaza koji su pred njim. Njegovim mentorima je posebno važno znati može li Logarto izvoditi dijagnoze služeći se dijagnostičkim predloškom kao skupom pretpostavki. Također žele provjeriti hoće li pripravnik biti svjestan mogućih dvosmislenosti i hoće li pritom razumijevati po preporuci da značenje rečenice osloni na redoslijed riječi, osobito veznika.

Od Logarta se očekuje neki od tri tipa odgovora:

- Dijagnoza, barem kao disjunkcija s ne više od dva disjunkta (dvije moguće bolesti). U tom slučaju treba ispisati kraticu/e bolesti.
- Nedostaje podataka za precizniju dijagnozu (najviše dvije moguće) ili je predložak nedostatan. Tada u polje za odgovor treba unijeti 'B'.
- Nalaz nije u skladu s predloškom s pomoću kojega treba odrediti dijagnozu. Tada treba u polje za odgovor unijeti 'C'.

[2]1 Tekst pojednostavljeno i približno odgovara medicinskim činjenicama te je prilagođen potrebama vježbe iz logike. Ne preporučuje se koristiti ga u stvarnome dijagnostičkom postupku ili za pripremu ispita na studijima molekularne biologije ili medicine, te kao osnovu osporavanja službene liječničke dijagnoze! Međutim, u ovome zadatku treba koristiti isključivo informacije koje čine dijagnostički predložak, ne i one koje proizlaze iz službenoga medicinskog ili biokemijskog znanja.

Ponavljamo dijagnostički predložak u svrhu lakšega rješavanja:

*Ako je pacijentu snižena koncentracija hemoglobina, onda ima neku od sljedećih dijagnoza: megaloblastičnu anemiju (**MA**), aplastičnu anemiju (**AA**), anemiju kronične bolesti (**AKB**), sideropeničnu anemiju (**SA**) te hemolitičku anemiju (**HA**). Pacijent koji ima sideropeničnu anemiju, ima snižene ili normalne retikulocite i željezo. Pacijent ima aplastičnu anemiju samo ako mu je povišeno željezo. Ima li pacijent povišene retikulocite i sniženo željezo, sigurno nema hemolitičku anemiju. Pacijent s megaloblastičnom anemijom uvijek ima bilo povišen MCV, bilo normalne ili snižene retikulocite. Pacijent koji ima anemiju kronične bolesti može imati normalan, snižen ili povišen MCV, no retikulociti su mu svakako normalni. Nalazi pacijenata koji imaju anemiju kronične bolesti razlikuju se od nalaza pacijenata koji imaju hemolitičku anemiju, između ostalog, i po vrijednosti feritina. Kod prvih je, naime, snižen, dok je kod drugih povišen. Sideropenična se anemija od anemije kronične bolesti po vrijednosti feritina ne razlikuje.*

1. Pacijentica **Liama Focitić**: uz snižen hemoglobin, ima snižene vrijednosti još i MCV, retikulocita i feritina, dok joj je željezo normalno. Dijagnoza: ____________________
2. Pacijentica **Lea Kocić**: snižen hemoglobin i sniženo željezo, uz normalne retikulocite i feritin. MCV snižen. Dijagnoza: ____________________
3. Pacijent **Erito Roić**: Snižen hemoglobin. Snižen MCV, retikulociti povećani, feritin povišen. Dijagnoza: ____________________
4. Pacijent **Trombi Bocić**: Snižen hemoglobin. Željezo normalno, feritin normalan, povišeni retikulociti i snižen MCV. Dijagnoza: ____________________
5. Pacijent **Goran Loca zvan Bazofil**: Snižen hemoglobin. Retikulociti normalni. Željezo i MCV povišeni. Feritin snižen. Dijagnoza: ____________________
6. Pacijentica **Monika Citaić**: Snižen hemoglobin, željezo i feritin normalan. Dijagnoza: ____________________

b) U sljedećoj vježbi Logarto mora zaokružiti samo jedan od ponuđenih odgovora: DA ako je prema dijagnostičkome predlošku sigurno tako, MOŽDA ako nije sigurno, ali ni isključeno, te NE ako je isključeno.

a) Pacijent s povišenim retikulocitima ima hemolitičku anemiju.	DA	NE	MOŽDA
b) Pacijent sa sniženim željezom ima hemolitičku anemiju.	DA	NE	MOŽDA
c) Pacijentu s hemolitičkom anemijom retikulociti nisu povišeni, a željezo nije sniženo.	DA	NE	MOŽDA
d) Ako pacijent s megaloblastičnom anemijom ima povišene retukulocite, onda mu je povišen i MCV.	DA	NE	MOŽDA
e) Ako se samo na temelju podataka o vrijednostima retikulocita i željeza za pojedinoga pacijenta logički mogu isključiti četiri dijagnoze anemije, no ne i peta, tada je vrijednost retikulocita povišena, a vrijednost željeza snižena.	DA	NE	MOŽDA
f) Nema podatka o vrijednosti željeza kojim se ne isključuje neka anemijska dijagnoza, a postoji podatak o vrijednosti željeza kojim se isključuju barem dvije anemijske dijagnoze.	DA	NE	MOŽDA

(12×3 boda = 36 bodova)

Zadatak 6. - Čestitka

Ovaj igrokaz iz klasične iskazne logike treba pažljivo čitati i zaokruživanjem (DA – NE), vodeći računa o kontekstu, riješiti umetnute zadatke, koji naravno nisu sastavni dio igrokaza a odnose se na odgovarajuće kurzivom istaknute izjave sudionika igrokaza. Zadataka ima deset, istaknuti su brojem i podebljano otisnuti. Neke zadatke treba riješiti odgovarajućim popunjavanjem Vennovih dijagrama, isključivo sjenčanjem određenih polja u dijagramu. Krug u iskaznoj logici možemo shvatiti kao skup mogućnosti koje ostvaruju određeni iskaz (skup mogućnosti u kojima je određeni iskaz istinit itd.).

Tri učenika A, B i C za vrijeme velikog odmora razmišljaju kako domišljatom čestitkom odvratiti nastavnikaod provjere znanja koja bi im toga posljednjeg dana prvoga polugodišta mogla prilično zagaditi praznike. A zapisuje na ploči svoj prvi prijedlog A1.

A1: Želimo Vam Čestit Božić i sretnu Novu Godinu, ako danas ne ispitujete!

B: Sviđa mi se. *Ne bude li nastavnik ispitivao, mi mu čestitamo blagdane.*

1. Slijedi li izjava učenika B iz prijedloga A1? DA NE

C: Nije u redu! Ako nastavnik pretpostavi da smo tom čestitkom htjeli postići da nas ne pita, zaključit će da smo mu namjestili slabu zamku. Vi biste čestitkom nagradili njegovo neispitivanje, ali ne bi li trebalo kazniti ispitivanje nečestitkom? Zato je bolje ovako:

C1: Želimo Vam čestit Božić i sretnu Novu godinu samo ako danas ne ispitujete!

A: Čekaj, što mu mi želimo? Pogodbu?
C: Mi se pogađamo čestitkom. Naša je želja prednjak pogodbe.
A: Hoće li nastavnik prihvatiti naše tumačenje?
C: On zna koliko znamo. Držimo se iskazne logike! Naša želja, naša čestitka, to je čisti činjenični podiskaz pogodbe.
A: Kao kad bismo mu rekli: “Na našim će licima biti osmjeh samo ako danas ne ispitujete!”
C: Tako je! Mi ovdje njemu pokazujemo što smo naučili. Možda želimo više nego što možemo i znamo, ali vrijeme je blagdana, vrijeme opraštanja. Dakle, osnovna logika, najjednostavnija. Mi razumijemo, a to što nastavnik o jeziku i logici zna više neće ga spriječiti da naše značenje shvati.
A: Nadajmo se!
B: Ljudi, nemamo vremena! Smijem li se ubaciti? *Prema C1, ispituje li nastavnik, mi mu nijedan blagdan nećemo čestitati.*

2. Je li učenik B u pravu? DA NE

C: Namjeravao sam iskazati: *mi ćemo mu oba blagdana čestitati ili će nas ispitivati.*

3. Ostvaruje li učenik C svojim C1 prijedlogom tu namjeru? DA NE

A: Možemo li nekako povezati nagradu i kaznu? Formulirati tako da ispadne: *Ako nas pita, nema mu te čestitke, a ako mu ona takva ide, to će značiti da nas nije pitao?*
B: *Zanemarimo li sitne nijanse u značenjima sporednih izraza, ne tražiš ništa nova!*

4. Neki od prethodnih prijedloga A1 i C1 već ostvaruje ono što A sada traži. **DA** **NE**

Zato predlažem:

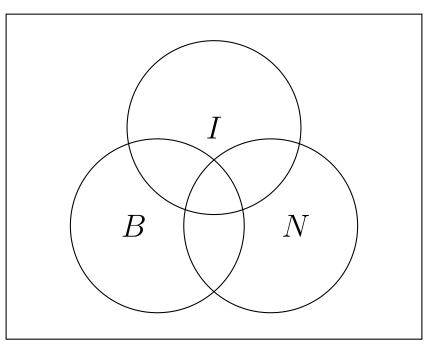
B1: Želimo Vam čestit Božić i sretnu Novu godinu ako i samo ako danas ne ispitujete!

C: Da vidimo kako to radi! Pretpostavimo da nastavnik pita. Slijedi da mu mi ne želimo čestit Božić i sretnu Novu godinu.
A: Pretpostavimo da nastavnik ne pita. Onda mu želimo i čestit Božić i sretnu Novu. Sada razlučeno!
C: A što ako on ne slavi Božić?
A: Ne pita li nas, dobit će obje čestitke. Neka odabere koju želi! Ne vidim problem!
C: Dobro. Nije problem ako nas ne pita. No ako nas pita? Razumijete li što želim reći?
B: Da budemo sigurni i da mu ispišemo cijelu ploču?

B2: Ako nas pitate, ne želimo Vam ni čestit Božić, ni sretnu Novu godinu.
Ako nas ne pitate, želimo Vam čestit Božić i sretnu Novu godinu.

C: Ružno djeluje! Dobru bismo logiku morali umotati u vedriji blagdanski omot. Svako uskraćivanje čestitke treba biti implicitno.
B: Slažem se. Omot, bolji omot, ljepši omot! A da se maknemo od običnoga jezika?
C: Misliš, da mu ponudimo formulu? Negacije će svejedno biti upadljive.
B: Vennovi dijagrami! Tri kruga. Neka donja dva kruga predstavljaju iskaze "Želimo Vam čestit Božić (B)" i "Želimo Vam sretnu Novu godinu (N)", a gornji "Danas ispitujete (I)". Osjenčat ćemo sve ono i samo ono čemu ovom uvjetnom čestitkom zabranjujemo da se dogodi.

5. Osjenčajte (iscrtajte) odgovarajuća polja u Vennovom dijagramu prema B2.



A: To je krasno, ali što ako nas pita da mu to kažemo običnim jezikom? Kao da ne znamo u jednome retku čestitati čovjeku i spasiti se ispitivanja!
C: Brine me to s Božićem! Pretpostavimo da nastavnik ne slavi taj blagdan. Tada može namjerno blokirati našu dvojnu čestitku i ispitivati nas. Posljedica je da mu ne čestitamo Božić i Novu, ali to ga ne pogađa, jer ionako mu nije do oba blagdana.
A: Da sve pojednostavnimo:

A2: Želimo Vam sretne blagdane, ako i samo ako danas ne ispitujete!

C: Kukavički, a i pitanje je što to znači da mu, u slučaju da nas danas pita, ne želimo sretne blagdane: oba ili neki od njih. Time samo prikrivamo, i to loše, da ne znamo riješiti problem, toliko da se čini kao da problema nismo svjesni. Moramo nešto učiniti. Stavimo umjesto veznika "i" veznik "ili"!

C2: Želimo Vam čestit Božić ili sretnu Novu godinu ako i samo ako danas ne ispitujete!

Ako nas ne pita i ne slavi Božić, dobit će od nas čestitku za Novu godinu.

6. Proizlazi li upravo rečeno iz C2? **DA** **NE**

A: Aha! *Ako nas danas ispita, onda dobiva nijek disjunktivne čestitke i tada, niti želimo da mu Božić bude čestit niti da mu Nova bude sretna.*

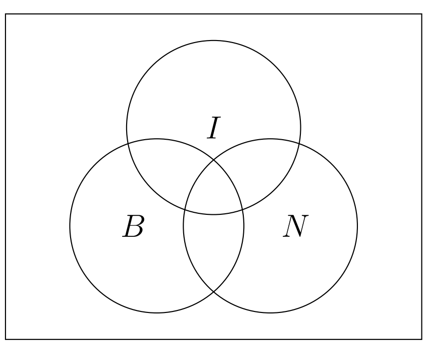
7. Razumijeva li logički pravilno učenik A prijedlog C2? **DA** **NE**

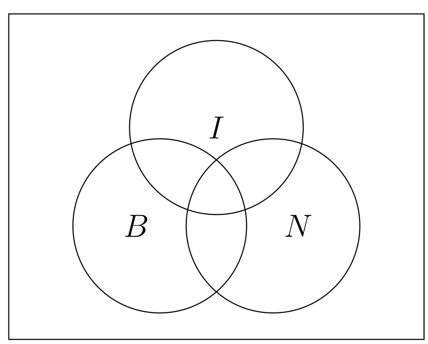
B: C2 nije povoljan ako nastavnik slavi Božić i ne ispita nas. Zaslužio je božićnu čestitku, zar ne, pogotovo ako drugima to čestitamo i bez uvjeta, zar ne? *No ako mu ostavimo C2, a on nas ne pita, tada nema jamstva da mu želimo čestit Božić.*

8. Je li B u pravu? **DA** **NE**

C: Gledam onaj B2 dijagram i očito mi je *da se isti može razložiti na konjunkciju dva dijagrama, a svaki od njih bi se lako mogao iskazati običnim jezikom. Lijevi za ono što želimo čestitkom posebno za Božić, a desni posebno za Novu godinu.*

9. Osjenčajte (iscrtajte) dijagrame u skladu sa zahtjevom učenika C!



i


Prije smo mi griješili time što smo cijeloj konjunkciji odredili nužan i dovoljan uvjet, a to smo trebali učiniti za oba konjunkta posebno. Dakle, i za jedan, i za drugi. Na ploču onda napišimo:

C3: I čestit Božić, i sretnu Vam novu godinu želimo, ako i samo ako nas danas ne budete ispitivali!

Tako tvrdimo da za svaku želju posebno vrijedi isti uvjet.
B: Hoće li i nastavnik tako razumjeti čestitku? Dvostruko "i" nismo učili!
C: Pitat će nas zašto smo baš tako napisali. Tada ćemo mu objasniti. Važno je da mu dokažemo namjeru da nam naša čestitka bude konjunkcija dvije bikondicionalne, a ne jedna bikondicionalna s konjunktivnim podiskazom. Na kraju je važno da se razumijemo, zar ne?
A: Da, sjajno, ovo je ipak najbolje rješenje! Moćno! Kraljevski!

10. Iz zadnjeg, kako ga shvaćaju sami učenici, slijedi svaki od prijašnjih prijedloga čestitke. **DA** **NE**

Upravo je zazvonio početak sata.

A: Bilo je dramatično! Nisam vjerovao da ćemo uspjeti.
C: Ja nisam sumnjao!
B: Zaslužili smo petice za ovo!
A: Tako je, sva trojica! I ti, i on, i ja!
C: Nemojmo sad sve pokvariti! Ne pretjerujmo! Mi smo htjeli da nas se ne pita, zar ne? Nemojmo sada htjeti da nas se još i ocijeni za to!
B: Imaš pravo, dovoljno je da nas se poštedi provjere.
Tri su se učenika međusobno pljesnula pestima i brzo otišla zauzeti svoje mjesto. Otvorila su se vrata učionice i ukazao se nastavnik:

-Danas poklanjam! Nema nastave iz logike! Uživajte i svako Vam dobro!

Nastavnik odmahnu i nestane iza vrata koja su se počela polako zatvarati. Sred učeničke graje trojica naših junaka zbunjeno su se pogledavala.
A: Ne može tako! Ne tek tako! Namučili smo se, a on nije ni pogledao prema ploči!

Učenik A se zatrči za nastavnikom. B ga krene uhvatiti. A je brži.

B: Nemoj, pusti čovjeka!

C je izvukao svoj mobitel i počeo fotografirati čestitku iz raznih kutova.

B: Što sad ti radiš?

C: Za *Face*! Ispod slike ću staviti: "Evo kako smo se izvukli provjere iz logike!"
B: Želiš da pomisle kako imamo fanatika koji ispituje pred blagdane?
C: A, ne! Strah je tebe da pred drugima ispadnemo štreberi koji se boje blagdanske provjere i ovako se ulizuju nastavniku, samo da ih ne pita!

(11×3 boda = 33 boda)

Zadatak 7. - Velika dedukcija

U ovom zadatku treba rekonstruirati jedan deduktivni postupak. Poznate su pretpostavke i djelomična tumačenja koraka a zadatak se sastoji u tome da se u odgovarajuće korake umetnu odgovarajući iskazi i da se nedovršena tumačenja dovrše numeričkim komponentama kojima se pozivamo na korake iz kojih dotični korak proizlazi. Za početak ćemo utvrditi kako se primjenjuju pravila koja su uključena u postupak. Iskazi P, R i S ovdje stoje općenito za ma kakve iskaze, neovisno o složenosti.

Uvođenje disjunkcije (u $\vee$)
Iz nekog se iskaza može izvesti bilo koja disjunkcija u kojoj se on nalazi.
Formalno, za svaka dva iskaza P i R vrijedi:
Ako je neki korak izvodnoga postupka iskaz P, dopušteno je u nekome kasnijem koraku sastaviti iskaz $P \vee R$ ili iskaz $R \vee P$.
Skraćeno:

$$\frac{P}{P \vee R} \qquad\qquad \frac{P}{R \vee P}$$

Dvostruki nijek (dvn)
Uklanjanje ili unos dvostrukoga nijeka smije se vršiti i nad podiskazima, s time da se ostatak iskaza pri izvođenju zadržava. To se pravilo zasniva na istovrijednosti $\neg\neg P \equiv P$ a pri izvođenju se svaki iskaz ili podiskaz smije zamijeniti iskazom / podiskazom koji mu je istovrijedan.

Svođenje pogodbe (pog)
Taj se zahvat temelji na istovrijednosti
$P \to R \equiv \neg P \vee R$
i primjenjuje se na iskaze i podiskaze, na pogodbi i na disjunkciji čiji je prvi disjunkt u niječnom obliku.

Modus ponens (MP)
$P \to R$
$\underline{\quad P \quad}$
R
(redoslijed $P \to R$ i P nije važan)

Modus tollens (MT)
$P \to R$
$\underline{\quad \neg R \quad}$
$\neg P$
(redoslijed $P \to R$ i $\neg R$ nije važan)

Hipotetički silogizam (HS)
$P \to R$
$\underline{R \to S}$
$P \to S$
(redoslijed $P \to R$ i $R \to S$ nije važan)

Uvođenje pogodbe (u $\to$)
Izvedemo li u postupku pod uvedenom pretpostavkom P neki iskaz R, možemo zatvoriti podizvod koji smo uvedenom pretpostavkom P otvorili i u sljedećem koraku utvrditi pogodbu $P \to R$.

$$\begin{array}{|l} P \\ \hline R \\ \vdots \end{array}$$
$$P \to R$$

Isključenje disjunkcije (i$\vee$)
Ako vrijedi neka disjunkcija, pa iz prvoga, a potom i iz drugoga disjunkta izvedemo isti iskaz, možemo ga smatrati utvrđenim. *Taj ćemo redoslijed izvođenja za i $\vee$ poštivati u ovome zadatku.*

$$P \vee R$$
$$\begin{array}{|l} P \\ \hline \vdots \\ S \end{array}$$
$$\begin{array}{|l} R \\ \hline \vdots \\ S \end{array}$$
$$S$$

Dovršite sljedeći izvod u skladu s izloženim standardom primjene pravila uzimajući u obzir da se svako primijenjeno pravilo, osim otvaranja podizvoda, primjenjivalo čim su se ostvarili uvjeti za njegovu primjenu (dakle, za svaki korak čije tumačenje sadrži numerički dio vrijedi da je jedan od korištenih brojeva broj prethodnog koraka). Nadalje, svaki je korak, osim posljednjega koraka u izvodu, iskorišten za neki kasniji (njegov se broj nalazi u numeričkoj komponenti nekoga kasnijeg koraka).

1	$(D \to E) \vee \neg C$	
2	$(C \to D) \vee (A \to D)$	
3	$(A \to B) \vee (\neg B \to C)$	
4		pretp.
5		pretp.
6		___, ___ MP
7		___ u $\vee$
8		pretp.
9		pretp.
10		___, ___ HS
11		pretp.
12		___, ___ HS
13		___ pog
14		___ dvn
15		pretp.
16		___, ___ MT
17		___, dvn
18		___ u $\vee$
19		___, ___-___, ___-___ i $\vee$
20		pretp.
21		___, ___ MP
22		pretp.
23		___, ___ MP
24		___ u $\vee$
25		pretp.
26		___, ___ MT
27		___ dvn
28		___ u $\vee$
29		1, ___-___, ___-___ i $\vee$
30		___, ___-___, ___-___ i $\vee$
31		___, ___-___, ___-___ i $\vee$
32		___, ___ u $\to$

(29×3 boda = 87 bodova)

Zadatak 7. Dedukcija u logici predikata

Koristeći se **samo osnovnim pravilima** dokažite $\exists x \forall y(Fx \to Gxy) \leftrightarrow \exists x(Fx \to \forall y Gxy)$. U opravdanjima, koja moraju biti potpuna da bi se priznavala, upotrijebite 'pretp.' za 'pretpostavka', 'u' za 'uvođenje', 'i' za 'isključenje', 'op' za 'opetovanje', veznike $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\to$, $\leftrightarrow$, konstante a, b, c te kvantifikatore '$\forall$' i '$\exists$' (npr. '$\wedge$u' za 'uvođenje konjunkcije', '$\exists$i' za isključenje egzistencijalnoga kvantifikatora, ili 'pretp., a' za 'uvođenje pretpostavke' (za koju je nužno istaknuti supstituiranu konstantu)).

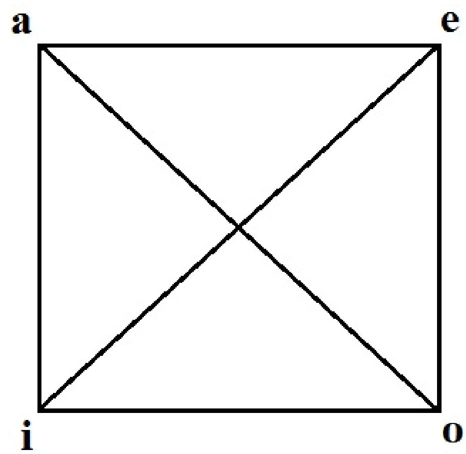
1	$\exists x(Fx \to \forall y Gxy)$	pretp.
2		________
3		________
4		________
5		________
6		________
7		________
8		________
9		________
10	$\exists x \forall y(Fx \to Gxy)$	pretp.
11		________
12		________
13		________
14		________
15		________
16		________
17		________
18		________
19	$\exists x \forall y(Fx \to Gxy) \leftrightarrow \exists x(Fx \to \forall y Gxy)$	1-9,10-18, $\leftrightarrow$u

Napomena: Svaki točno ispunjeni redak (uključujući opravdanje) donosi 3 boda.

(16×3 boda = 48 bodova)

Zadatak 9. - Kvadrat na kvadrat

Prisjetimo se tradicionalnoga logičkog kvadrata:



Samoglasnici predstavljaju sudove prema tzv. kombiniranoj podjeli po kvaliteti i kvantiteti. Dijagonala povezuje sudove koji međusobno protuslove. Gornja horizontala povezuje opće (univerzalne) sudove, donja horizontala posebne (partikularne), lijeva vertikala potvrdne (pozitivne), a desna niječne (negativne).

Tradicionalna i školska uloga logičkoga kvadrata vezana je uz jednostavne kategorične sudove. U ovom ćemo se primjeru na jedan prilagođen način poslužiti njegovim elementima kako bismo istraživali odnose među sudovima koji se u priročnoj logici iskazuju dvostrukim pokoličavanjem.

Dvomjesni prirok (predikat) " _____ voli _____" u nepraznome predmetnom području svih ljudi koristit ćemo tako da iskazujemo sudove koji će utvrđivati odnose 'voljeti' ili 'ne voljeti' među članovima predmetnoga područja i to na sljedeći način:

- Za zapisivanje sudova smijemo koristiti jedino slova iz skupa {A, a, E, e, I, i, O, o}. Korištenje drugih logičkih simbola (operatora, zagrada, količitelja, varijabli...) nije dopušteno.

- Sudovi se zapisuju tako da dva slova različite veličine iz zadanoga skupa upišemo jedno pored drugoga, oblikujući tako dvoslovan zapis. U tom dvoslovnom zapisu svako slovo ima svoj položaj (prvi ili drugi) i veličinu (malo ("pisano") ili veliko ("tiskano")). U zapisu jednoga suda slova se smiju ponavljati ("Aa", "eE", itd.), ali nikad u veličini niti položaju. Točno je jedno slovo u zapisu veliko, a točno jedno malo, te je točno jedno prvo i prethodno, a točno jedno drugo i sljedeće po redu.

Kako bismo razumjeli što kazuju takvi parovi samoglasnika, odredimo da se svaki od tih samoglasnika, s obzirom na mjesto i veličinu, prevodi kao jedan dio obične rečenice.

Slovo A/a	Prvo mjesto u zapisu	Drugo mjesto u zapisu
Veliko slovo	“Svatko je takav da...”	“... svatko voli.”
Malo slovo	“Svatko je takav da ga...”	“... svakoga voli.”

Slovo E/e	Prvo mjesto u zapisu	Drugo mjesto u zapisu
Veliko slovo	“Nitko nije takav da...”	“... nitko ne voli.”
Malo slovo	“Nitko nije takav da ga...”	“... nikoga ne voli.”

Slovo I/i	Prvo mjesto u zapisu	Drugo mjesto u zapisu
Veliko slovo	“Netko je takav da...”	“... netko voli.”
Malo slovo	“Netko je takav da ga...”	“... nekoga voli.”

Slovo O/o	Prvo mjesto u zapisu	Drugo mjesto u zapisu
Veliko slovo	“Netko nije takav da...”	“... netko ne voli.”
Malo slovo	“Netko nije takav da ga...”	“... nekoga ne voli.”

(11 $\times$ 3 boda = 33 boda)

“Netko” ovdje, naravno, znači isto što i “barem jedan”. Tako, primjerice, zapis “Ie” znači rečenicu “Netko je takav da nikoga ne voli”, a zapis “iE” rečenicu “Netko je takav da ga nitko ne voli”.

Sljedeće podzadatke riješite dovršavanjem započetih rečenica, zaokruživanjem točnoga odgovora ili već prema posebno naznačenim uputama. Svaki podzadatak osim posljednjega donosi po 3 boda, a posljednji 9 bodova.

1. Najprije jedno formalno-kombinatoričko pitanje. Koliko je različitih zapisa sudova moguće izraditi u skladu sa zadanim pravilima? _____ (odgovoriti brojkom)

2. Je li moguće u skladu s pravilima sastaviti četiri različita zapisa tako da vrijedi sljedeće:

- svaki je zapis sastavljen od različitih slova (zabranjeno je sastavljati zapise tipa Xx ili xX),
- svi su zapisi sastavljeni od različitih parova slova (zabranjeno je sastaviti dva zapisa tipa Xy i xY, te Xy i yX, te Xy i Yx),
- dva zapisa počinju velikim, a dva zapisa malim slovom,
- svaka je slovna oznaka iz zadanoga skupa {A, a, E, e, I, i, O, o} korištena točno jednom.

DA NE

3. Neki od mogućih zapisa iskazuju istovrijedne sudove. Navedite sve različite zapise istovrijedne iskazu “Nisu svi takvi da ih svatko voli.” ______________

4. Navedite sve različite zapise istovrijedne iskazu $\neg\exists x\neg\exists yVyx$, pri čemu predikat Vxy znači: x voli y-a. ____________________

5. U skladu s istim tumačenjem kao i u prethodnome zadatku navedite sve različite zapise istovrijedne iskazu $\exists x(\neg\exists yVxy \rightarrow \forall yVyx)$. ____________________

6. Koliko je neistovrijednih sudova među onima koji se mogu iskazati zapisivanjem prema zadanim pravilima?_____ (odgovoriti brojkom)

7. Barem jedan sud čiji zapis počinje slovom A/a mora biti istinit. DA NE

8. Barem jedan sud čiji zapis završava slovom e/E mora biti istinit. DA NE

9. Barem jedan sud čiji se zapis sastoji od istih slova mora biti neistinit. DA NE

10. Barem jedan sud čiji se zapis sastoji od istih slova mora biti istinit. DA NE

11. Pretpostavimo da raspolažemo pravilno oblikovanim dvoslovnim zapisom nekoga suda. Zamijenimo li prvo slovo toga zapisa slovom koje mu je u kvadratu horizontalno nasuprot, a drugo slovo toga zapisa zamijenimo slovom koje se u kvadratu nalazi njemu dijagonalno, zadržavajući veličinu slova, dobit ćemo zapis suda koji je polaznome sudu:

a) Protuslovan

b) Istovrijedan

c) Suprotan ili podsuprotan

d) Ništa od iznad navedenoga

12. Želimo li značenje suda zadržati nepromijenjenim pri čemu mu zapis, sastavljen od različitih slova, promijenimo promjenom veličine oba slova zadržavajući njihov poredak i vrstu, tada trebamo izbjegavati spojeve slova _____ i _____ (na svaku crtu treba staviti po jedno slovo, bez obzira u kojoj veličini (odabrana slova trebaju se, naravno, razlikovati i biti u sastavu logičkoga kvadrata)).

13. Odredimo tzv. "potpunu dijagonalnu promjenu" kao promjenu u zapisu pri čemu se vrši promjena u tri koraka:

1. Mijenja se veličina slova u poretku,
2. Mijenja se položaj slova nakon promjene veličine,
3. Svako se slovo zamjenjuje slovom koje mu je dijagonalno suprotstavljeno u kvadratu.

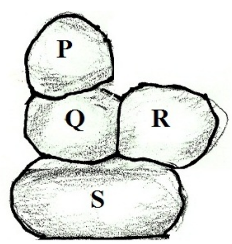
Primjer potpune dijagonalne promjene za sud Ae:

1. aE
2. Ea

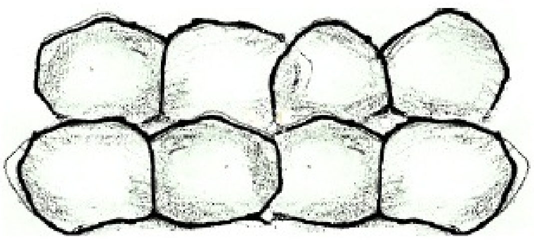
3. Io

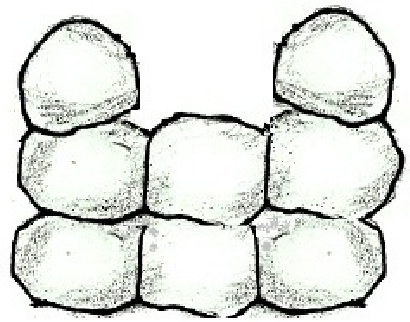
Početni sud neka bude onaj sud nad čijim zapisom vršimo potpunu dijagonalnu promjenu. Završni sud neka bude sud iskazan zapisom dobivenim nakon potpune dijagonalne promjene nad zapisom početnoga suda. Naravno, vrijedi da se zapis početnoga suda može dobiti potpunom dijagonalnom promjenom zapisa završnoga suda. Uvijek vrijedi i sljedeće (zaokružite svaki istinit odgovor):
a) Početni sud je istovrijedan završnomu sudu,
b) Početni sud je protuslovan završnomu sudu,
c) Početni sud slijedi iz završnoga suda,
d) Završni sud slijedi iz početnoga suda,
e) Vrijedi c) ili d),
f) Početni i završni sud ne mogu oba biti istiniti,
g) Početni i završni sud ne mogu oba biti neistiniti.

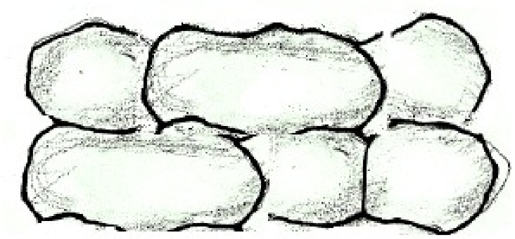
14. "Dijagonalan sud" neka bude onaj čiji je zapis sastavljen od slova koja u kvadratu zauzimaju dva kraja jedne dijagonale, neovisno o veličini i položaju. To su, dakle, sudovi Ao, iE, itd. Svaki od tih sudova smjestit ćemo u neki od blokova tzv. "logičkoga zida". "Logički zid" prikazuje odnose slijeda među iskazima i to na način da sud "smješten" u kamenom bloku koji izravno ili posredno leži na nekome drugom kamenom bloku logički povlači sud koji je smješten u tome drugom kamenom bloku. Tako primjerice u ¨zidu"

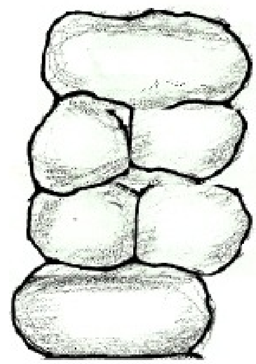


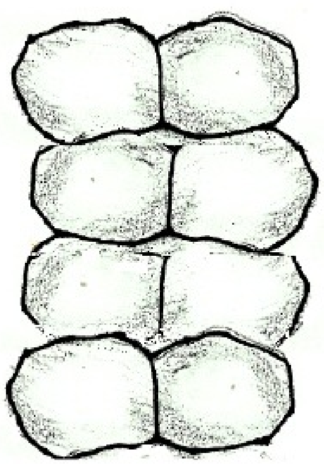
Sud P povlači Q (Q je nužan uvjet sudu P, Q slijedi iz P). Q povlači S. P povlači S. R povlači S. P ne povlači R. Q ne povlači R.
Svi zapisi istovrijednih sudova, naravno, naći će se u jednome kamenom bloku.
Na sljedećoj stranici odaberite prikladan "logički zid" u koji bi se mogli smjestiti svi dijagonalni sudovi. U odgovarajuće kamene blokove odabranoga zida unesite zapise dijagonalnih sudova.
Popunite "logički zid" samo na jedan način (ne crtajte drugi "logički zid" istoga ustroja).
Napomena: za ovaj su zadatak odabrani uzorci koji podsjećaju na dalmatinske suhozide. Pri rješavanju zanemarite nepravilnost kamenih blokova od kojih je zid sačinjen.

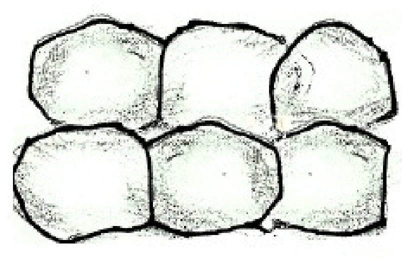












Bodovanje za ovaj podzadatak: točno popunjen odgovarajući "logički zid": 9 bodova
Izostavljeno rješenje: 3 boda
Pogrešno popunjen "logički zid": 0 bodova

(13×3 boda + 9 bodova = 48 bodova)

Zadatak 10. - Prijevod

Rečenice u ovome zadatku govore o bićima koja sigurno postoje i to u onome obliku u kojem smo na njih navikli. Ipak, možda će vam se u nekim slučajevima činiti da njihovo moguće značenje nije sasvim u skladu s osobinama tih bića na koje ste navikli, no neka vas to ne brine.

Od sljedećih rečenica zapisanih u jeziku logike predikata odaberite one koje predstavljaju prijevod zadanih rečenica iz prirodnoga jezika. Premda će vas dosadašnje znanje logike vjerojatno usmjeravati na jedno moguće čitanje svake od rečenica, u prirodnome jeziku neke rečenice mogu biti dvoznačne, dok se neke rečenice mogu zapisati na više točnih načina. Potrebno je zato zaokružiti slovo ispred svih mogućih točnih prijevoda iako neki od njih možda nisu uobičajeni.

1) Svaki pas koji laje ne grize.
Px – x je pas
Lx– x laje
Gx – x grize

1. $\exists x((Px \land Lx) \to \neg Gx)$
2. $\exists x((Px \land Lx) \land \neg Gx)$
3. $\exists x((Px \lor Lx) \land \neg Gx)$
4. $\forall x((Px \land Lx) \to \neg Gx)$
5. $\neg \exists x((Px \land Lx) \to Gx)$
6. $\neg \exists x((Px \lor Lx) \to Gx)$

2) Kada na livadu doleti ptica, nijedna mačka koja spava na livadi neće je uloviti.
Px – x je ptica
Lx – x je livada
Dxy – x doleti na y
Mx – x je mačka
Sxy – x spava na y
Uxy – x će uloviti y

1. $\forall x \forall y(((Px \land Ly) \to Dxy) \to \forall z((Mz \land Szy) \to \neg Uzx))$
2. $\forall x \forall y(((Px \to Ly) \to Dxy) \to \exists z((Mz \land Szy) \to \neg Uzx))$
3. $\forall x \exists y(((Px \land Ly) \to Dxy) \to \forall z((Mz \land Szy) \to \neg Uzx))$
4. $\forall x \forall y(((Px \land Ly) \to Dxy) \to \forall z(\neg Mz \lor \neg Szy \lor \neg Uzx))$

5. $\forall x \forall y(((Px \wedge Ly) \wedge Dxy) \rightarrow \forall z((Mz \wedge Szy) \rightarrow \neg Uzx))$

6. $\forall x \forall y(((Px \wedge Ly) \rightarrow Dxy) \rightarrow \forall z((Mz \wedge Szy) \rightarrow Uzx))$

3) Nijedna se mačka ne boji nijednog psa koji se nje ne boji.
Mx – x je mačka
Px –x je pas
Bxy – x se boji y

1. $\forall x(Mx \rightarrow \forall y((Py \wedge Byx) \rightarrow \neg Bxy))$

2. $\forall x(Mx \rightarrow \forall y((Py \wedge \neg Bxy) \rightarrow \neg Byx))$

3. $\forall x(Mx \rightarrow \forall y((Py \wedge \neg Byx) \rightarrow \neg Bxy))$

4. $\forall x(Mx \rightarrow \forall y((Py \vee \neg Byx) \rightarrow \neg Bxy))$

5. $\forall x(Mx \rightarrow \forall y((Py \wedge Byx) \rightarrow Bxy))$

6. $\forall x(Mx \rightarrow \forall y((Py \wedge \neg Bxy) \rightarrow Byx))$

4) Svaku mačku voli neki mačak.
Mx – x je mačka
Cx – x je mačak
Vxy – x voli y

1. $\forall x \exists y((Mx \wedge Cy) \wedge Vxy)$

2. $\exists y \forall x((Mx \wedge Cy) \wedge Vxy)$

3. $\forall x(Mx \rightarrow \exists y(Cy \wedge Vyx))$

4. $\forall x(Mx \rightarrow \exists y(Cy \wedge Vxy))$

5. $\exists y(Cy \wedge \forall x(Mx \rightarrow Vyx))$

6. $\exists y(Cy \wedge \forall x(Mx \rightarrow Vxy))$

5) Svaki se pas raduje kada mu netko baca lopticu.
Px – x je pas
Lxy – x baca lopticu y
Rx – x se raduje

1. $\forall x(Px \wedge \exists y(Lxy \rightarrow Ry))$

2. $\forall x((Px \wedge Lxx) \rightarrow Rx)$

3. $\forall x((Px \land \exists y \exists z(\neg z = y \land Lyz)) \to Rx)$

4. $\forall x((Px \land \exists y(\neg x = y \land \exists z Lyz)) \to Rx)$

5. $\forall x((Px \land \exists y Lyx) \to Rx)$

6. $\forall x((Px \land \exists y \exists z(\neg z = x \land Lyz)) \to Rx)$

6) Svi psi vole sve ljude.
Px – x je pas
Cx – x je čovjek
Vxy – x voli y

1. $\forall x \exists y((Px \land Cy) \land Vxy) \land \forall y \exists x((Px \land Cy) \land Vxy)$

2. $\forall x \forall y((Px \land Cy) \to \exists z(\neg z = x \land Vzy))$

3. $\forall x(Px \to \forall y(Cy \to \exists z(Pz \land Vzy)))$

4. $\neg \exists x(Cx \land \neg \exists y(Py \land \neg Vyx))$

5. $\forall x \forall y((Px \land Cy) \to Vxy)$

6. $\neg \exists x(Cx \land \forall y(Py \land \neg Vyx))$

Napomena: svako točno rješenje donosi 3 boda.

(10×3 boda = 30 bodova)

Zadatak 11. Semantika u logici predikata

a) Za svaki od sljedećih zaključaka pronađite interpretaciju prema kojoj su premise istinite, a konkluzija neistinita.
Domenu čini skup prirodnih brojeva (ne uključuje nulu), a prilikom izgradnje interpretacija koristite sljedeće predikate:

- jednomjesni predikati: x je paran broj, x je neparan broj, x je prost broj, x je djeljiv s 4
- dvomjesni predikati: x je jednak y, x je manji od y

1. $\dfrac{\forall x(Fx \to Gx)}{\forall x Gx}$

Fx - ______________________________
Gx - ______________________________

2. $\dfrac{\forall x(Fx \vee Gx)}{\forall xFx \vee \forall xGx}$

Fx - ______________________________

Gx - ______________________________

3. $\dfrac{\exists x\exists y(Fx \rightarrow Gyx)}{\forall x\exists y(Fx \rightarrow Gyx)}$

Fx - ______________________________

Gxy - ______________________________

b)

1. Za koju je interpretaciju samo jedan od sljedećih iskaza neistinit? Podcrtajte odgovarajući iskaz i navedite interpretaciju.

$\forall x(Fx \rightarrow Gx) \rightarrow \neg\exists x(\neg Gx \wedge Fx)$

$\forall x(Fx \leftrightarrow Gx) \rightarrow \exists x(Fx \wedge Gx)$

$\forall x((Fx \rightarrow Gx) \rightarrow \forall xGx)$

Fx - ______________________________

Gx - ______________________________

2. Za koju je interpretaciju samo jedan od sljedećih iskaza istinit? Podcrtajte odgovarajući iskaz i navedite interpretaciju.

$((\exists xFx \wedge \exists yGy) \vee (\neg\exists xFx \wedge \neg\exists yGy)) \wedge \neg(\exists xPx \leftrightarrow \exists yGy) \wedge \neg\exists y\forall x(Hxy \wedge \neg Hyx)$

$\exists xFx \wedge \exists yGy \wedge \exists z(Fz \rightarrow \neg Gz) \wedge \exists x\forall y(Gx \wedge (Fy \rightarrow Hxy))$

$\exists x(Fx \wedge \neg Gx) \wedge \forall x(Fx \rightarrow Gx) \wedge \exists x\exists y\neg Hyx$

Fx - ______________________________

Gx - ______________________________

Hxy - ______________________________

3. Za koju je interpretaciju samo jedan od sljedećih iskaza istinit? Podcrtajte odgovarajući iskaz i navedite interpretaciju te **rečenicu iskažite u prirodnome jeziku.**

$\forall x\forall y\forall z((Fxy \wedge Fyz) \rightarrow Fxz) \wedge (\forall x\exists y\neg Fxy \wedge \forall z\neg Fzz)$

$\forall x\forall y((Fxy \vee Fyx) \rightarrow Fxx)$

$\exists x\exists y(Fxy \wedge \neg Fyx) \rightarrow \forall x\exists yFyx$

Fxy - ______________________________

Prijevod: ____

____

(10×3 boda = 30 bodova)

Zadatak 12. - Pitalice

Sudionici ovogodišnjega državnog natjecanja iz logike proučili su zadanu literaturu i naučili mnogo toga. Ali koliko je stvarne logike u činjenicama koje zapravo pripadaju povijesti, u odgovorima na pitanja tko je kada i što napravio? Kakva je korist npr. znati da je:

- posebne induktivne metode kojima se nastojala istraživati uzročnost prvi skicirao engleski filozof Roger Bacon,
- prvi aksiomatski sustav koji se sastoji od primitivnih pojmova i aksioma, te od definiranih pojmova i teorema, napravio Euklid oko 300. god. prije n.e.,
- Leibniz smatrao da je načelo dovoljnoga razloga jedno od dva velika načela na kojima se temelji ljudsko umovanje,
- jedan od nedostataka Russell-Whiteheadova aksiomatskog sustava njegova nekonzistentnost,
- Edmund Husserl značajan protivnik psihologističke logike,
- Rudolf Carnap autor kapitalnoga logičkog djela "Pojmovno pismo",
- već Aristotelov učenik Eudem otkrio čuveni problem "lažljivca"?

Pokušajmo dati doprinos ukupnoj korisnosti takvoga znanja. Učinit ćemo to tako da ćemo ga na ovom natjecanju nagraditi bodovima. Zar bi bilo lijepo natjecatelja koji je sve to dobro naučio uskratiti za priliku da osvoji još poneki bod, pogotovo ako neki drugi natjecatelji ne znaju poput njega?

Zato krenimo polako, laganim pitanjima!

1. U uvodnom dijelu ovog zadatka posebno je navedeno sedam tvrdnji. Koliko je neistinitih među njima?
Odgovorite cijelim brojem koji je manji ili jednak broju 7: __

Napomena o bodovanju samo za ovaj podzadatak! Ako natjecatelj izostavi rješenje, dobiva 1 bod. Ako natjecatelj stavi broj x koji je manji ili jednak ukupnomu broju neistinitih tvrdnji, tada dobiva tri puta toliko bodova. Ako natjecatelj stavi broj koji je veći od ukupnoga broja neistinitih tvrdnji, dobiva 0 bodova.

2. Za koje od sljedećih kandidata vrijedi da su ostavili trag u povijesti logike, bilo značajnim znanstvenim doprinosom, bilo izradom udžbenika koji su se nekad koristili u hrvatskim školama? Uz odgovore su, radi potpunije veze s predmetom provjere, priložene odgovarajuće sličice (ipak, ovaj se zadatak može dobro riješiti i bez poznavanja izgleda spomenutih kandidata). Točne odgovore označite zaokruživanjem slova ispred njih.

a) Kurt Russell 	b) Bertrand Russell 
c) Mirko Filipović 	d) Vladimir Filipović 
e) Pit Bull 	f) George Bull 

Napomena: Svako točno zaokruženo rješenje donosi 3 boda. Pogrešnim zaokruživanjem rješavač u ovome podzadatku ostaje bez bodova.

3. Dopunite rečenicu izabirući nešto od sljedećega: 'I' (prvu), 'II' (drugu), 'III' (treću), 'IV' (četvrtu), 'veću', 'manju'.

3.1. Za __________ i__________ figuru pravilnoga kategoričnog silogizma vrijedi da je __________ premisa uvijek potvrdan sud.

3.2. Za __________ i __________ figuru kategoričnoga silogizma vrijedi da je__________ premisa uvijek opći sud.

(2 × 3 boda)

4. Ovdje ćemo vrste premisa kategoričnoga silogizma izložiti formalno nešto snažnije nego što je uobičajeno:
Veća je premisa kategoričnoga silogizma ona premisa koja uz srednji pojam sadrži predikat konkluzije i koja se u silogizmu nalazi iznad manje. Manja premisa uz srednji pojam sadrži pak subjekt konkluzije i u silogizmu se nalazi ispod veće.

4.1. Sada ćemo se poslužiti jednim primjerom svođenja modusa drugih figura na moduse prve figure. Tako je modus Camestres[3] u tri koraka svodiv na modus čiji je puni tradicionalni naziv __________. Treba postupno, korak po korak, izvršiti:
pmp: izmjenu mjesta premisama,
sp: jednostavan obrat manje premise,
sk: jednostavan obrat konkluzije.

4.2. Kojim poretkom te korake treba izvršiti ako želimo potpuno poštovati zadana određenja premisa (na crte unijeti skraćene oznake koraka)?
__________, __________, __________.
(2 × 3 boda)

5. 5.1. John Stuart Mill razlučio je pet vrsta induktivnih metoda:
____
____
____
____
____

5.2. Major Walter Reed, vojni liječnik američke vojske, 1901. godine dokazao je da je kubanski epidemiolog Carlos Finlay bio u pravu: zarazu žute groznice šire komarci, a ne zagađeni zrak, močvarni plinovi ili ustajalo pivo, kao što se tada vjerovalo. Dokaz se oslanjao na tri skupine ljudi smještenih u tri prostorije. U prvoj su bili bolesnici od žute groznice, njihove osnovne potrepštine (rublje, posteljina, posuđe, pribor za jelo itd.) i komarci koji su slobodno oblijetali prostorijom. U drugoj su prostoriji, neprovjetravanoj, dobrovoljce pokrivali posteljinom prljavom od izlučevina bolesnika iz prve prostorije. No vodilo se računa da u toj sobi ne bude komaraca. U trećoj su prostoriji dobrovoljci uživali u svježem zraku i čistoj posteljini, no iz bolesničke su im sobe ubacivani komarci. Kada se utvrdilo da je većina dobrovoljaca iz treće prostorije ubrzo počela pokazivati simptome žute groznice, dok nitko iz druge nije pokazivao te simptome, zaključilo se da uzročnika te opake bolesti uistinu prenosi komarac. Ako bi trebalo odabrati samo jednu od pet Millovih metoda koja se u pokusu najpotpunije koristila, bila bi to ______________________________.
(6 × 3 boda)

[3] Slovo $\boldsymbol{m}$ između slova $\boldsymbol{a}$ i $\boldsymbol{e}$ u nazivu toga modusa označuje *metathesis praemissarum*, odnosno potrebu izmjene premisa $\boldsymbol{a}$ i $\boldsymbol{e}$. Prvo slovo $\boldsymbol{s}$ znači *conversio simplex* nad premisom $\boldsymbol{e}$, a drugo slovo $\boldsymbol{s}$ *conversio simplex* nad konkluzijom $\boldsymbol{e}$.

6. Poznato je da pojmovi mogu biti u različitim odnosima:

- Dva su pojma disparatna ako ne postoji predmet koji se nalazi u opsegu oba pojma.
- Dva su pojma koordinirana ako se nalaze na istom stupnju općosti.
- Dva su pojma kontrarna ako koordiniraju kao dvije krajnosti.
- Dva su pojma ekvivalentna ako imaju isti opseg.
- Dva pojma proturječe ako je svaki predmet u točno jednom od njihova dva opsega.
- Dva pojma interferiraju ako se opseg svakoga od njih djelomice preklapa s opsegom onoga drugog.
- Jedan je pojam nadređen drugomu ako ga opsegom obuhvaća i nadmašuje, a time je ujedno drugi pojam podređen prvomu.

Dobro proučite navedene definicije te sljedećim formulama pridružite slova koja označavaju moguće odnose među pojmovima P i Q.

1. $\forall x(Px \leftrightarrow Qx)$ _____
2. $\forall x(Qx \rightarrow Px) \land \exists x(Px \land \neg Qx)$ _____
3. $\exists x(Px \land Qx) \land \exists x(Px \land \neg Qx) \land \exists x(\neg Px \land Qx)$ _____
4. $\forall x(Px \rightarrow \neg Qx)$ _____
5. $\forall x(Qx \leftrightarrow \neg Px)$ _____

Odnosi: (a) proturječnost, (b) interferencija, (c) P je nadređen Q-u , (d) P je podređen Q.-u, (e): ekvivalentnost, (f) disparatnost, (g) kontrarnost, (h) koordiniranost.
Napomene: $\forall x \exists y(Fx \land (Oy \rightarrow Pyx))$
$\exists x(Ox \land \exists y(Fy \land \exists z(Fz \land Pxy \land Pxz \land \neg y = z)))$

Domena: formule i odnosi u ovom podzadatku
Ox - x je odnos
Fx - x je formula
Pxy - x je pridružen y
(5 $\times$ 3 boda)

7. Važno metodološko načelo koje se primjenjuje kako se ne bi uvodili pojmovi kao primitivni ako ih je moguće definirati s pomoću drugih pojmova naziva se ______________ ______________ prema srednjovjekovnom logičaru i teologu.
Prema navedenom načelu, ako se ono primijeni na hipoteze, kojoj od sljedeće dvije hipoteze valja dati prednost u situaciji kada smo nekomu poslali SMS prije tri sata i još nismo dobili odgovor? Zaokružite slovo ispred točnoga odgovora.

1. Osobi od koje očekujemo odgovor ispraznila se baterija na mobitelu.
2. Osobu od koje očekujemo odgovor oteli su vanzemaljci, odveli je u svoj svemirski brod te prislonili njezin mobitel na poseban uređaj koji joj je ispraznio bateriju.

8. a) Sljedeći tekst dopunite tako da na svaku praznu crtu upišete nešto od sljedećega: roditelj, potomak, P, P-ov, Q, Q-ov, R, R-ov, S, S-ov, T, T-ov.

1\. i 2. čine jednu definiciju.
1\. P je Q-ov __________, dakle, Q je P-ov __________.
2\. Ako je R S-ov __________ i R T-ov __________, onda je __________ __________ __________.
Definiran je pojam __________.

b) Kako se naziva vrsta definicije koja je korištena u prethodnome tekstu? ____________________
(4 $\times$ 3 boda)

9. Zaokružite točne odgovore:

1. Teorem jednoga aksiomatskog sustava ne može biti aksiom u drugome aksiomatskom sustavu. DA NE
2. Jedino pravilo izvođenja koje se koristi u Fregeovu aksiomatskom sustavu jest modus ponens. DA NE
3. Za aksiomatski sustav kažemo da je potpun ako su svi njegovi teoremi valjane formule. DA NE
4. Aksiomatski je sustav neovisan ako se nijedan aksiom ne može dokazati iz preostalih aksioma. DA NE
5. Za aksiomatski sustav kažemo da je konzistentan ako u njemu ne možemo dokazati neku formulu i njezinu negaciju, ali isto tako možemo reći da je aksiomatski sustav konzistentan ako postoji barem jedna formula koja je dokaziva u tome sustavu. DA NE

(5 $\times$ 3 boda)

(32$\times$3 boda = 96 bodova)