

# DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE

16.-18. travnja 2018.

## BODOVI:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA\*
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD\*
- KRIVO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

\*Osim ako je u uputi u zadatku navedeno drugačije.

## B KATEGORIJA

ZADATAK	BROJ BODOVA	MAX BODOVA
1.		30
2.		33
3.		42
4.		45
5.		33
6.		36
7.		32
<b>UKUPNO</b>		<b>251</b>

Vrijeme rješavanja testa: 120 minuta

### Zadatak 1.

a. U kojoj od sljedećih rečenica značenje veznika ne odgovara značenju veznika konjunkcije u logici s obzirom na njegove istinitosne vrijednosti? Zaokružite broj ispred te rečenice.

1. Pogledaj u nebo i vidjet ćeš pomrčinu mjeseca.
2. Ivan je bio u trgovini, ali nije kupio sve potrebne namirnice.
3. Lana živi u Zagrebu i ide u treći razred.
4. Marko trenira košarku i vrlo je uspješan košarkaš.
5. Iako Leon često kasni, danas je došao na vrijeme.

b. U kojoj bi od prethodno navedenih rečenica zamjena poretka surečenica uzrokovala kršenje neke od Griceovih maksima? (u odgovoru na ovo pitanje zanemarite rečenicu u kojoj se ne radi o konjunkciji prema značenju veznika)

Odgovor: \_\_\_\_\_

c. Pod pretpostavkom da je premisa istinita, koja je Griceova максима prekršena u izvedenoj konkluziji? Navedite maksimu koja najviše odgovara.

P: Ivan živi u Trogiru.

K: Dakle, Ivan živi u Trogiru ili je danas petak.

Odgovor: \_\_\_\_\_

d. Koje je Griceove maksime prekršio B u sljedećim razgovorima? Za svaki razgovor navedite maksimu koja najviše odgovara.

i. A: Možete li mi reći koliko je sati?

B: Mogu.

Odgovor: \_\_\_\_\_

ii. A: Koliko još imamo vremena za pisanje testa?

B: Dvanaest minuta, deset sekundi i 25 stotinki.

Odgovor: \_\_\_\_\_

iii. A: Je li Vaše dijete dječak ili djevojčica?

B: Da.

Odgovor: \_\_\_\_\_

e. Razvrstajte sljedeće rečenice na konverzacijske i konvencionalne implikature:

- 1) Trebala sam doći večeras, ali auto mi se pokvario.
- 2) – Je li Marko dobar logičar? – Marko je vrlo pristojan prema starijima.
- 3) – Gdje mogu kupiti cigarete? – Kafić je preko puta.
- 4) Londonski neboder “Shard” više nije najviša zgrada u Europi.

Konvencionalne: \_\_\_\_\_

Konverzacijske: \_\_\_\_\_

**(10×3 boda = 30 bodova)**

**Zadatak 2.**

Neka su s  $F$ ,  $G$  i  $H$  označene neke formule logike sudova. Pritom vrijedi sljedeće:

- $G$  je dobivena iz  $F$  tako da je svaka pojava (nastup) jednostavnog iskaza  $A$  zamijenjena pojavom jednostavnog iskaza  $B$ .
- $H$  je jednaka  $F$ , ili je dobivena iz  $F$  tako da su neke pojave (nastupi) jednostavnog iskaza  $A$  zamijenjene pojavom jednostavnog iskaza  $B$ .

Primjerice, ako je s  $F$  označena formula  $A \wedge A$ , s  $G$  mora biti označena formula  $B \wedge B$ , a s  $H$  može biti označena formula  $B \wedge A$ . Ako je s  $F$  označena formula  $B \rightarrow C$ , onda  $G$  i  $H$  također označavaju  $B \rightarrow C$ . Ako je tvrdnja istinita za sve (dopuštene) odabire formula označenih s  $F$ ,  $G$  i  $H$ , zaokružite  $I$ ; inače  $N$ .

Zadane su sljedeće tvrdnje:

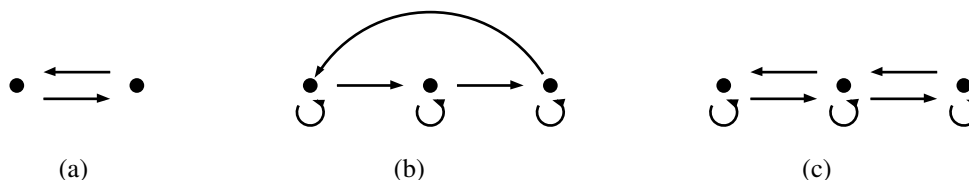
- Skup formula  $F$ ,  $G$  i  $H$  je zadovoljiv samo ako sadrži barem jednu tautologiju. I / N
  - Ako je  $G$  tautologija, onda je i  $F$  tautologija. I / N
  - Ako je  $H$  tautologija, onda je i  $G$  tautologija. I / N
- Pri određenju odgovora za sljedeće tvrdnje pretpostavite da je  $F$  još i **tautologija**.
  - $G$  je tautologija. I / N
  - $H$  je tautologija. I / N
  - Iz  $F$  slijedi  $G$ . I / N
  - Iz  $F$  slijedi  $H$ . I / N
  - Iz  $G$  slijedi  $F$ . I / N
  - Iz  $G$  slijedi  $H$ . I / N
  - Iz  $H$  slijedi  $F$ . I / N
  - Iz  $H$  slijedi  $G$ . I / N

(11×3 boda = 33 boda)

**Zadatak 3.**

Zadana su sljedeća tri modela (situacije). U prvom modelu domenu čine dvije istaknute točke. U preostalim modelima domenu čine tri istaknute točke. Relacijski simbol  $R$  interpretiramo na sljedeći način:  $Rxy$  ako i samo ako postoji strelica iz  $x$  u  $y$ .

Odredite istinitost formula u modelima (a), (b) i (c):



Formula	Istinitost u (a)	Istinitost u (b)	Istinitost u (c)
$\forall xRxx$	N		
$\forall x\forall y(Rxy \rightarrow Ryx)$			
$\forall x\forall y\forall z(Rxy \rightarrow (Ryz \rightarrow Rxz))$			
$\forall x\forall y\forall z(Rxy \rightarrow (Rxz \rightarrow Ryz))$			
$\forall x\exists yRxy$			

(14×3 boda = 42 boda)

#### Zadatak 4.

i. Provjerite istinitost sljedećih tvrdnji. Pored istinitih tvrdnji upišite kvačicu ( $\checkmark$ ), a pored neistinitih križić ( $\times$ ). U svakom od zadataka izrazi “ako ... onda” i “i” označavaju redom materijalnu implikaciju i konjunkciju, ‘ $P$ ’, ‘ $Q$ ’ i ‘ $R$ ’ označavaju *bilo koje* formule iskazne logike, a ‘ $\Gamma$ ’ označava *bilo koji* skup formula iskazne logike (izraz  $\Gamma, P \vDash Q$  znači „iz skupa formula  $\Gamma \cup \{P\}$  slijedi formula  $Q$ ”). Simboli ‘ $\wedge$ ’, ‘ $\vee$ ’, ‘ $\rightarrow$ ’ i ‘ $\vDash$ ’ imaju standardno značenje.

- a.  $P \vDash P$ .
- b. Ako  $\Gamma \vDash P$  onda  $\Gamma, Q \vDash P$ .
- c. Ako  $\Gamma, P \vDash Q$  onda  $\Gamma \vDash P \wedge Q$ .
- d. Ako  $\Gamma, P \vDash Q$  i  $\Gamma, Q \vDash P$  onda  $\Gamma \vDash P \wedge Q$ .
- e. Ako  $Q, \Gamma \vDash R$  i  $\Gamma \vDash P$  onda  $P \rightarrow Q, \Gamma \vDash R$ .
- f. Ako  $\Gamma \vDash P \rightarrow Q$  onda  $\Gamma \vDash Q \vee P$ .
- g. Ako  $P, \Gamma \vDash Q$  onda  $\Gamma \vDash P \rightarrow Q$ .
- h. Ako  $\Gamma, P \vDash Q$  i  $\Gamma, Q \vDash P$  onda  $\Gamma \vDash P \vee Q$ .
- i. Ako  $P, \Gamma \vDash R$  onda  $P \wedge Q, \Gamma \vDash R$ .
- j. Ako  $\Gamma \vDash P$  i  $\Gamma \vDash Q$  onda  $\Gamma \vDash P \wedge Q$ .
- k. Ako  $\Gamma \vDash P \vee Q$  i  $P \vDash R$  onda  $\Gamma \vDash P \vee R$ .
- l. Ako  $\Gamma \vDash P$  onda  $\Gamma \vDash P \vee Q$ .
- m. Ako  $P, \Gamma \vDash R$  i  $Q, \Gamma \vDash R$  onda  $P \vee Q, \Gamma \vDash R$ .
- n. Ako  $\Gamma \vDash P \vee Q$  onda  $\Gamma \vDash P$ .
- o. Ako  $\Gamma \vDash P$  onda  $\Gamma \vDash P \wedge Q$ .

(15×3 boda = 45 bodova)

### Zadatak 5.

Pročitajte sljedeće prilagođene dijaloge iz knjige Lewisa Carrola *Alisa u Zemlji čudesa* te odgovorite na pitanja.

1. "Svi koji smo ovdje smo ljudi. Ja sam luda. Ti si luda", reče Mačka.

"Otkud znaš da sam ja luda?" zapita Alisa.

"Mora da jesi", reče Mačka, "nitko tko nije lud ne dolazi ovamo."

Je li zaključak koji je Mačka izvela valjan deduktivni zaključak? DA / NE

Ako je odgovor na prethodno pitanje 'DA', napišite o kojem se obliku zaključka radi. Ako je odgovor 'NE', stavite znak "/".

Odgovor: \_\_\_\_\_

2. "A kako znaš da si ti luda?"

"Da postavimo stvar ovako", reče Mačka. "Pas nije lud. S tim se slažeš?"

"Mislim da je tako."

"Evo dakle", nastavi Mačka. "Vidiš, pas reži kad je ljut a maše repom kad mu je što drago. A ja režim kad mi je što drago a mašem repom kad sam ljuta. Zato sam luda."

Je li zaključak koji je Mačka izvela valjan induktivni zaključak? DA / NE

Ako je odgovor na prethodno pitanje 'DA', napišite o kojem se obliku induktivnoga zaključka radi. Ako je odgovor 'NE', stavite znak "/".

Odgovor: \_\_\_\_\_

3. "Ponudite se vinom", reče Ožujski Zec gostoljubivim glasom. Alisa se osvrnu, no na stolu nije bilo ničeg osim čaja.

"Ja tu ne vidim nikakvo vino", zamijeti.

"Kad ga i nema", odgovori Ožujski Zec.

"Onda ga baš nije jako pristojno ni nuditi", reče Alisa ogorčeno.

Koju je Griceovu maksimu prekršio Ožujski Zec?

Odgovor: \_\_\_\_\_

4. Zapišite jezikom predikatne logike podcrtane dijelove teksta (i samo njih) koristeći zadane oznake za predikate. Konstante tvorite prema početkom slovu imena, npr. 'k' za Klobučara, 'o' za Ožujskog Zeca, itd.

Za prevođenje izraza 'to je isto' **ako je podcrtan** koristite relaciju ekvivalencije, npr. "Sunce sja i nebo je plavo znači isto što i to da je nebo plavo i Sunce sija" može se prevesti kao  $S \wedge N \equiv N \wedge S$ . Analogno postupajte u slučaju izraza 'to nije isto' korištenjem simbola  $\neq$ .

a. "Sve što mislim, to i govorim - pa onda i sve što govorim, to i mislim, to je isto.", reče Alisa.

$x$  misli  $y$  -  $Mxy$

$x$  govori  $y$  -  $Gxy$

Odgovor: \_\_\_\_\_

b. "Ne, nije isto ni najmanje!" reče Klobučar. "Onda bi se isto tako moglo reći da 'Vidim sve što jedem' znači isto što i 'Jedem sve što vidim', a to nije isto!"

$x$  vidi  $y$  -  $Vxy$

$x$  jede  $y$  -  $Jxy$

Odgovor: \_\_\_\_\_

c. "Onda bi se isto tako moglo reći", doda Ožujski Zec, "da je 'Volim sve što imam' isto što i 'Imam sve što volim', a to nije isto!"

$x$  voli  $y$  -  $Vxy$

$x$  ima  $y$  -  $Ixy$

Odgovor: \_\_\_\_\_

d. "Onda bi se isto tako moglo reći", doda Puh, kao da bunca u snu, "da je 'Kad god spavam, dišem' isto što i 'Kad god dišem, spavam', a to nije isto!"

$x$  spava u trenutku  $y$  -  $Sxy$

$x$  diše u trenutku  $y$  –  $Dxy$

Odgovor: \_\_\_\_\_

e. “U tvom je slučaju to doista isto, ti pospani Spiš-Mišu”, reče Klobučar. Zapišite Klobučarovu interpretaciju Puhove rečenice (koristeći predikate iz prethodnog podzadatka):

Odgovor: \_\_\_\_\_

5. “Daj uzmi još malo čaja”, reče joj Ožujski Zec, i to vrlo gorljivo. “Još ga nisam dobila nimalo”, odvrati Alisa uvrijeđenim glasom, “pa ga onda i ne mogu uzeti više.”

O kojoj je vrsti implikature prema Griceovoj podjeli riječ u navedenom primjeru? Obratite pažnju na poblebljane izraze.

Odgovor: \_\_\_\_\_

(11×3 boda = 33 boda)

### Zadatak 6.

Nadopunite sljedeći izvod formulama i potpunim opravdanjima koja nedostaju. **Kako postoje različite konvencije oko detalja u prirodnoj dedukciji, dobro proučite pravila u prilogu (na posljednjim stranicama testa).**

1	$\forall x(\exists y(Rxy \wedge \forall zRyz) \rightarrow \exists y\neg Rxy)$	pretp.
2	$\neg\exists y\neg Ray$	pretp.
3	$\neg Rab$	pretp.
4		
5		
6		
7		
8	$\forall zRaz$	$\forall u, 7$
9		
10		
11		$\forall i, 1$
12		$\exists u, 10$
13		
14	$\perp$	$\perp u, 2, 13$
15		
16		
17	$\forall x\exists y\neg Rxy$	

**Napomena:** Svaki potpuno točno riješen redak zajedno s opravdanjem donosi 3 boda.

(12×3 boda = 36 bodova)

**Zadatak 7.**

Izradite istinitosnu tablicu za sljedeću formulu:

$$\neg A \rightarrow ((B \rightarrow (C \rightarrow B)) \leftrightarrow ((D \vee \neg A) \wedge \neg E))$$

Istinitosnu tablicu postavite na način da A ima istinitosne vrijednosti 'I' u prvih 16 redaka, a 'N' u drugih 16, B 'I' u prvih i trećih osam redaka, a 'N' u drugih i četvrtih osam redaka, i tako dalje do E koji započinje s 'I' u prvome retku i vrijednosti se naimjениčno izmjenjuju do kraja tablice.

Boduju se samo konačne istinitosne vrijednosti koje se odnose na svaki pojedini redak tablice. Te vrijednosti unesite prema redcima u sljedeću tablicu:

1.	<input type="checkbox"/>	9.	<input type="checkbox"/>	17.	<input type="checkbox"/>	25.	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	10.	<input type="checkbox"/>	18.	<input type="checkbox"/>	26.	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	11.	<input type="checkbox"/>	19.	<input type="checkbox"/>	27.	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	12.	<input type="checkbox"/>	20.	<input type="checkbox"/>	28.	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	13.	<input type="checkbox"/>	21.	<input type="checkbox"/>	29.	<input type="checkbox"/>
6.	<input type="checkbox"/>	14.	<input type="checkbox"/>	22.	<input type="checkbox"/>	30.	<input type="checkbox"/>
7.	<input type="checkbox"/>	15.	<input type="checkbox"/>	23.	<input type="checkbox"/>	31.	<input type="checkbox"/>
8.	<input type="checkbox"/>	16.	<input type="checkbox"/>	24.	<input type="checkbox"/>	32.	<input type="checkbox"/>

**Napomena:** Svaka točno upisana istinitosna vrijednost donosi 1 bod. Izostavljeno rješenje za cijelu tablicu (u slučaju da zadatak uopće nije riješavan) donosi 1 bod, a svako pojedino izostavljeno rješenje, osim ako je cijela tablica prazna, donosi 0 bodova.

**(32×1 bod = 32 boda)**

## PRILOG: Dopuštena pravila prirodne dedukcije (1/2)

- Dedukcija može biti izvod ili dokaz. Izvod počinje jednom ili više premisa odvojenih od ostatka izvoda vodoravnom crtom. Dokaz uvijek započinje podizvodom. Primjere možete vidjeti na dnu sljedeće stranice.
- Opravdanja se sastoje od tri informacije: veznik, slovo u/i (za uvođenje/isključenje), te jedan ili više brojeva ili brojevnih raspona. Te tri informacije mogu biti odijeljene razmakom, zarezom, kosom crtom itd. Njihov je poredak proizvoljan (to se ne odnosi na interni poredak brojeva). Reiteracija odstupa od ovog pravila.
- Kod nekih je pravila poredak premisa proizvoljan, što je signalizirano **zvjezdicom**. Kod takvih se pravila iznimno dopušta i proizvoljan poredak u zapisu brojeva u opravdanju. Primjerice, kod uvođenja konjunkcije, redak  $b$  mogao se pojaviti prije retka  $a$ , a u opravdanju je moglo pisati  $\wedge u, b, a$ . Dakle, postoje četiri verzije pravila  $\wedge u$ . Slično vrijedi za ostala pravila sa zvjezdicom.
- Tri točkice signaliziraju da su na njihovu mjestu možda još neki redci osim upisanih.

Reiteracija (opetovanje).

a	A	
	⋮	
	A	re., a (ili op., a)

Uvođenje konjunkcije. \*

a	A	
	⋮	
b	B	
	⋮	
	$A \wedge B$	$\wedge u, a, b$

Uvođenje disjunktije.

a	A		b	B	
	⋮			⋮	
	$A \vee B$	$\vee u, a$		$A \vee B$	$\vee u, b$

Uvođenje kondicionala.

a	A	pretp.
	⋮	
b	B	
	$A \rightarrow B$	$\rightarrow u, a-b$

Uvođenje bikondicionala.

a	A	pretp.
	⋮	
b	B	
c	B	pretp.
	⋮	
d	A	
	$A \leftrightarrow B$	$\leftrightarrow u, a-b, c-d$

Uvođenje kontradikcije. \*

a	A	
	⋮	
b	$\neg A$	
	⋮	
	$\perp$	$\perp u, a, b$

Uvođenje negacije.

a	A	pretp.
	⋮	
b	$\perp$	
	$\neg A$	$\neg u, a-b$

Isključenje konjunkcije.

a	$A \wedge B$		b	$A \wedge B$	
	⋮			⋮	
	A	$\wedge i, a$		B	$\wedge i, b$

Isključenje disjunktije.

d	$A \vee B$	
a	A	pretp.
	⋮	
c <sub>1</sub>	C	
b	B	pretp.
	⋮	
c <sub>2</sub>	C	
	C	$\vee i, d, a-c_1, b-c_2$

Isključenje kondicionala. \*

c	$A \rightarrow B$	
	⋮	
a	A	
	⋮	
	B	$\rightarrow i, c, a$

Isključenje bikondicionala. \*

c	$A \leftrightarrow B$		c	$A \leftrightarrow B$	
	⋮			⋮	
a	A		b	B	
	⋮			⋮	
	B	$\leftrightarrow i, c, a$		A	$\leftrightarrow i, c, b$

Isključenje kontradikcije.

a	$\perp$	
	⋮	
	A	$\perp i, a$

Isključenje negacije.

a	$\neg\neg A$	
	⋮	
	A	$\neg i, a$



**PRILOG: Dopuštena pravila prirodne dedukcije (2/2)**

- U nastavku navodimo pravila za kvantifikatore (količitelje). Zbog jednostavnosti, ovdje se ograničavamo na logiku prvog reda bez funkcijskih simbola. Pravila su zbog preciznosti opisana apstraktnije nego što ste možda učili u školi, no vrlo vjerojatno su to suštinski ista pravila. **Na dnu je primjer konkretnog dokaza.**
- Neka je  $A$  formula koja možda sadrži pojave (javljanja, nastupe) neke varijable  $x$ .
  - Označimo s  $A(t/x)$  formulu jednaku formuli  $A$ , osim što je **svaka** slobodna pojava varijable  $x$  u  $A$  zamijenjena pojavom (pseudo)konstante  $t$ .
- Neka je  $A$  formula koja možda sadrži pojave neke (pseudo)konstante  $t$ .
  - Označimo s  $A(x/t)$  formulu jednaku formuli  $A$ , osim što je **svaka** pojava (pseudo)konstante  $t$  u  $A$  zamijenjena pojavom varijable  $x$ .
  - Označimo s  $A(x//t)$  formulu jednaku formuli  $A$ , osim što je **nula ili više** pojava (pseudo)konstante  $t$  u  $A$  zamijenjeno pojavom varijable  $x$ .

Uvođenje egzistencijalnog kvantifikatora.

a	$A$ $\vdots$ $\exists xA(x//t)$	$\exists u, a$
---	---------------------------------------	----------------

Ako formula  $A$  već sadrži kvantifikatore nad varijablom  $x$ , pojave  $t$  u  $A$  ne smiju biti u dosegu tih kvantifikatora.

Uvođenje univerzalnog kvantifikatora. \*

a	$A$ $\vdots$ $\forall xA(x/t)$	$\forall u, a$
---	--------------------------------------	----------------

Pseudokonstanta  $t$  se pritom ne smije javljati u pretpostavci nekog (pod)dokaza koji još nije završen. Ako formula  $A$  već sadrži kvantifikatore nad varijablom  $x$ , pojave  $t$  u  $A$  ne smiju biti u dosegu tih kvantifikatora.

Isključenje egzistencijalnog kvantifikatora.

a	$\exists xA$ $\vdots$					
b	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>A(t/x)</math></td> <td style="padding-left: 5px;">pretp.</td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>\vdots</math></td> <td></td> </tr> </table>	$A(t/x)$	pretp.	$\vdots$		
$A(t/x)$	pretp.					
$\vdots$						
c	$B$ $B$	$\exists i, a, b-c$				

Pseudokonstanta  $t$  se ne smije javljati u formulama u redcima ispred retka  $b$ , niti u formuli  $B$ .

Isključenje univerzalnog kvantifikatora.

a	$\forall xA$ $\vdots$ $A(t/x)$	$\forall i, a$
---	--------------------------------------	----------------

Dajemo primjer dokaza da je formula  $(\exists xRxx \rightarrow \exists x\exists yRxy) \vee Pc$  teorem. Dokaz je duži no što je potrebno, kako bismo demonstrirali primjenu svih pravila za kvantifikatore.

1	$\exists xRxx$	pretp.		
2	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>Raa</math></td> <td style="padding-left: 5px;">pretp.</td> </tr> </table>	$Raa$	pretp.	
$Raa$	pretp.			
3	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>\exists yRay</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\exists u, 2</math></td> </tr> </table>	$\exists yRay$	$\exists u, 2$	
$\exists yRay$	$\exists u, 2$			
4	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>\exists x\exists yRxy</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\exists u, 3</math></td> </tr> </table>	$\exists x\exists yRxy$	$\exists u, 3$	
$\exists x\exists yRxy$	$\exists u, 3$			
5	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>\exists x\exists yRxy</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\exists i, 1, 2-4</math></td> </tr> </table>	$\exists x\exists yRxy$	$\exists i, 1, 2-4$	
$\exists x\exists yRxy$	$\exists i, 1, 2-4$			
6	$\exists xRxx \rightarrow \exists x\exists yRxy$	$\rightarrow u, 1-5$		
7	$(\exists xRxx \rightarrow \exists x\exists yRxy) \vee Pc$	$\forall u, 6$		
8	$\forall z((\exists xRxx \rightarrow \exists x\exists yRxy) \vee Pz)$	$\forall u, 7$		
9	$(\exists xRxx \rightarrow \exists x\exists yRxy) \vee Pc$	$\forall i, 8$		

Dajemo primjer izvoda formule  $\neg\neg Pc$  iz formula  $Pc$  i  $\neg Pd$ .

1	$Pc$	pretp.		
2	$\neg Pd$	pretp.		
3	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>\neg Pc</math></td> <td style="padding-left: 5px;">pretp.</td> </tr> </table>	$\neg Pc$	pretp.	
$\neg Pc$	pretp.			
4	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>\perp</math></td> <td style="padding-left: 5px;"><math>\perp u, 1, 3</math></td> </tr> </table>	$\perp$	$\perp u, 1, 3$	
$\perp$	$\perp u, 1, 3$			
5	$\neg\neg Pc$	$\neg u, 3-4$		

# DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE 2018.

## B KATEGORIJA

### RJEŠENJA

#### Zadatak 1.

1. (3 boda)
4. (3 boda)
- kvantitete ili relacije. (3 boda - odgovor se priznaje ako je navedena bilo koja od predviđenih dviju maksima)
- i. relacije; ii. kvantitete; iii. priznaje se jedno od: modaliteta ili relacije ( $3 \times 3$  boda)
- Konvencionalne: 4; konverzacijske: 2, 3 (za 1 se priznaju oba rješenja) ( $4 \times 3$  boda)

**Ukupno 30 bodova.**

#### Zadatak 2.

- a: N (npr.  $F = G = H = B$ ), b: N (npr.  $F = A \rightarrow B, G = B \rightarrow B$ ), c: I (ako postoji vrednovanje za koje je  $G$  neistinita, onda postoji i vrednovanje za koje je  $H$  neistinita; to je vrednovanje za koje je  $G$  neistinita osim što se istinitost od  $A$  postavi na istinitost od  $B$ )
- a: I (objašnjenje kao u 1c), b: N (npr.  $F = A \rightarrow A, H = A \rightarrow B$ ), c: I ( $G$  je tautologija, vidi 2a), d: N (zadatak ekvivalentan 2b), e: I ( $F$  je tautologija), f: N (primjer kao u 2b,  $G$  će biti  $B \rightarrow B$ ), g: I ( $F$  je tautologija), h: I ( $G$  je tautologija, vidi 2a)

**Ukupno 33 boda.**

#### Zadatak 3.

Istinitosti u (a): (N), I, N, N, I

Istinitosti u (b): I, N, N, N, I

Istinitosti u (c): I, I, N, N, I

**Ukupno 42 boda.**

#### Zadatak 4.

a. ✓; b. ✓; c. ×; d. ×; e. ✓; f. ×; g. ✓; h. ×; i. ✓; j. ✓; k. ×; l. ✓; m. ✓; n. ×; o. ×.

**Ukupno 45 bodova.**

#### Zadatak 5.

- DA, zaključak po protupostavu/kontrapoziciji (priznaju se i druga rješenja) ( $2 \times 3$  boda)
- NE, / ( $2 \times 3$  boda)
- maksimu relacije ili kvalitete (priznaju se oba rješenja)
- a. Priznaju se sljedeća rješenja:  $\forall x(Max \rightarrow Gax) \rightarrow \forall x(Gax \rightarrow Max)$ ,  $\forall x(Max \rightarrow Gax) \leftrightarrow \forall x(Gax \rightarrow Max)$ ,  $\forall x(Max \rightarrow Gax) \wedge \forall x(Gax \rightarrow Max)$ ,  $\forall x(Max \rightarrow Gax) \equiv \forall x(Gax \rightarrow Max)$ , te ekvivalentna rješenja.  
b.  $\forall x(Jkx \rightarrow Vkx) \not\equiv \forall x(Vkx \rightarrow Jkx)$   
c.  $\forall x(Iox \rightarrow Vox) \not\equiv \forall x(Vox \rightarrow Iox)$   
d.  $\forall x(Spx \rightarrow Dpx) \not\equiv \forall x(Dpx \rightarrow Spx)$   
e.  $\forall x(Spx \rightarrow Dpx) \equiv \forall x(Dpx \rightarrow Spx)$  ili  $\forall x(Spx \leftrightarrow Dpx)$  (priznaju se oba odgovora, dovoljno je navesti jedan)
- O konvencionalnoj implikaturi.

**Ukupno 33 boda.**

**Zadatak 6.**

1	$\forall x(\exists y(Rxy \wedge \forall zRyz) \rightarrow \exists y\neg Rxy)$	pretp.
2	$\neg\exists y\neg Ray$	pretp.
3	$\neg Rab$	pretp.
4	$\exists y\neg Ray$	$\exists u, 3$
5	$\perp$	$\perp u, 2, 4$
6	$\neg\neg Rab$	$\neg u, 3-5$
7	$Rab$	$\neg i, 6$
8	$\forall zRaz$	$\forall u, 7$
9	$Raa$	$\forall i, 8$
10	$Raa \wedge \forall zRaz$	$\wedge u, 8, 9$
11	$\exists y(Ray \wedge \forall zRyz) \rightarrow \exists y\neg Ray$	$\forall i, 1$
12	$\exists y(Ray \wedge \forall zRyz)$	$\exists u, 10$
13	$\exists y\neg Ray$	$\rightarrow i, 11, 12$
14	$\perp$	$\perp u, 2, 13$
15	$\neg\neg\exists y\neg Ray$	$\neg u, 2-14$
16	$\exists y\neg Ray$	$\neg i, 15$
17	$\forall x\exists y\neg Rxy$	$\forall u, 16$

**Ukupno 36 bodova.**

**Zadatak 7.**

1.	I	9.	I	17.	N	25.	N
2.	I	10.	I	18.	I	26.	I
3.	I	11.	I	19.	N	27.	N
4.	I	12.	I	20.	I	28.	I
5.	I	13.	I	21.	N	29.	N
6.	I	14.	I	22.	I	30.	I
7.	I	15.	I	23.	N	31.	N
8.	I	16.	I	24.	I	32.	I

Svaka točno unesena istinitosna vrijednost donosi 1 bod. Izostanak cijelog rješenja donosi 1 bod, a svakog pojedinačnog rješenja 0 bodova osim ako nedostaje rješenje cijelog zadatka.

**Ukupno 32 boda.**