DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE

TROGIR, 16.–18. TRAVNJA 2010.

UPUTE NATJECATELJI(CA)MA!

∗ Pri rješavanju zadataka točno se držite u njima danih uputa.

∗ Ako se u zadatcima susretnete s nepoznatim sadržajima, oslonite se na umetnute naputke. Može se riješiti neki zadatak i bez prethodnoga susreta s takvom vrstom zadataka.

Ispravna rješenja donose 2 boda u zadatcima 1.i 8., a 3 boda u svim ostalim zadatcima, izostanak rješenja donosi 1 bod, a neispravno rješenje 0 bodova.

REZULTATI:

Zadatak	*bodovi (1. ispravljanje), potpis*	*bodovi (2. ispravljanje), potpis*	*konačni bodovi, potpis*
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
8.			
9.			
UKUPNO:			

❶ Svaki pravi logičar poštuje svoje povijesne prethodnike, na čijim temeljima dalje dograđuje nove spoznaje. Bez povijesnoga nasljeđivanja, svaki bi naraštaj uvijek iznova tapkao ne jednom te istom mjestu. – Logičari navedeni lijevo imaju važnu ulogu kao utemeljitelji, začetnici, ili time što su znatno pridonijeli širenju i uporabi nekoga dijela logike ili logičke tehnike. U skladu s time, na praznu crtu desno upišite pripadajuće slovo:

a) G. Frege	__ istinitosne tablice
b) Aristotel	__ utemeljitelj moderne logike
c) L. Wittgenstein	__ hipotetički i disjunktivni silogizam
d) megarsko-stoička škola	__ kategorični silogizam
e) V. Devidé	__ grafički prikaz odnosa među pojmovima
f) L. Euler	__ matematička logika na hrvatskome

❷ Zadane su sljedeće **neistinite** rečenice (i)–(iii):

(i) $A \leftrightarrow D$

(ii) $(A \to B) \to ((B \to C) \to (C \to D))$

(iii) $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow (C \leftrightarrow D))$

(a) Je li moguće na osnovi činjenice da su sve zadane rečenice istodobno neistinite ustanoviti istinitosnu vrijednost svakoga iskaznoga slova A, B, C i D?

Da Ne

(b) Ako je vaš odgovor na pitanje (a) bio potvrdan, onda odredite istinitosnu vrijednost iskaza A, B, C, D upisujući **i** (za 'istinito') ili **n** (za 'neistinito') kod svakoga slova!
(i) A ________ (ii) B ________ (iii) C ________ (iv) D ________

(c) Ako je vaš odgovor na pitanje (a) bio niječan, onda dopunite skup zadanih neistinitih iskaza dodatnim iskazom neistinitost kojega će omogućiti odredbu istinitosne vrijednosti svakoga iskaza A, B, C, D!

✎

❸ Koristeći se proširenim sustavom dedukcije (ne samo osnovnim pravilima), i bez pravila za $\perp$, dopunite sljedeći dokaz iskazom i opravdanjima koji nedostaju!

1	P	pretp.
2	$\neg P$	pretp.
3		
4	Q	

(Vidi J. P. Burgess, *Philosophical Logic*, str. 99.)

❹ Proučite zadani tekst koji opisuje jednu filozofijsku analizu znanstvenoga jezika:

> Jedna konzistentna teorija ima veću dokaznu snagu od druge konzistentne teorije akko prva može dokazati sve ono što može i druga, a druga ne može dokazati sve ono što može dokazati prva.
> Označimo pomoću $\mathcal{L}_O$ opažajni jezik izgrađen nad rječnikom koji pored logičkih simbola sadrži samo opažajne termine, te označimo pomoću $\mathcal{L}_{T\cup O}$ teorijski jezik izgrađen nad rječnikom koji pored logičkih simbola sadrži i opažajne i teorijske termine.
> Filozof Carl Gustav Hempel (1905–1997) dokazao je sljedeći poučak:
> *Za svaki skup T rečenica iz jezika $\mathcal{L}_{T\cup O}$ postoji rekurzivno prebrojiv skup T^* rečenica iz jezika $\mathcal{L}_O$ takav da za bilo koju rečenicu p iz jezika $\mathcal{L}_O$ vrijedi da ako T dokazuje p, onda i T^* dokazuje p.*

S obzirom na zadani tekst, odredite posljedičnu točnost sljedećih tvrdnji:

(a) Hempelov poučak pokazuje da za svaku konzistentnu teoriju iskaznu opžajnim jezikom postoji njezino konzistentno proširenje rečenicima iz teorijskoga jezika koje će omogućiti da se dokažu neke rečenice iz opažajnoga jezika koje ta teorija prije proširenja nije mogla dokazati.

Da Ne

(b) Hempelov poučak pokazuje da postoji rečenica p iz jezika $\mathcal{L}_O$, dokaziva pomoću skupa T rečenica iz jezika $\mathcal{L}_{T\cup O}$, koju niti jedan rekurzivno prebrojiv skup T^* rečenica iz jezika $\mathcal{L}_O$ ne može dokazati.

Da Ne

(c) Hempelov poučak pokazuje da bi uklanjanje teorijskih termina iz znanstvenoga jezika dovelo do umanjenja dokazne snage teorija iskazivih u tome osiromašenome jeziku, s obzirom na mogućnost dokazivanja rečenica iz $\mathcal{L}_O$.

Da Ne

(d) Hempelov poučak pokazuje da niti jedan skup T rečenica iz jezika $\mathcal{L}_{T\cup O}$ ne dokazuje rečenicu p iz jezika $\mathcal{L}_O$ ako nju ne može dokazati niti jedan rekurzivno prebrojiv skup T^* rečenica iz jezika $\mathcal{L}_O$.

Da Ne

---

❺ Provjerite pomoću nekoga logičkoga postupka sljedeću tvrdnju o odnosu logičkoga slijeda:

$$\{A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C), B \leftrightarrow \neg C\} \models \neg(A \rightarrow D)$$

(a) Stoji li navedeni odnos logičkoga slijeda?

Da Ne

(b) Ako ste na pitanje (a) dali potvrdan odgovor, pronađite iskaz koji slijedi iz lijeve strane odnosa i iz kojega slijedi desna strana odnosa, te koji sadrži samo ona iskazna slova koja se javljaju i na lijevoj i na desnoj strani zadanoga posljedičnoga odnosa! Takav iskaz zapišite na najkraći način!

✎

(c) Ako ste na pitanje (a) dali niječan odgovor, ispitajte je li zadovoljiv skup kojega zajedno čine iskazi na lijevoj i iskaz na desnoj strani odnosa!
Je li taj skup zadovoljiv?

Da Ne

(d) Ako ste na pitanje (c) dali niječan odgovor, pronađite iskaz koji je istinit kad god su istiniti svi iskazi na lijevoj strani odnosa i koji je neistinit kad god je istinit iskaz na desnoj strani odnosa, te koji sadrži samo ona iskazna slova koja se javljaju i na lijevoj i na desnoj strani zadanoga odnosa logičkoga slijeda! Takav iskaz zapišite na najkraći način!

✎

❻ Provjerite sljedeću tvrdnju o odnosu logičkoga slijeda:

$$\{(A \vee C) \rightarrow B, \neg B, D\} \models \neg B \rightarrow \neg((D \vee B) \rightarrow A)$$

(a) Stoji li navedeni odnos logičkoga slijeda?

Da Ne

(b) Ukoliko odnos logičkoga slijeda stoji, pronađite iskaz koji je posljedica lijeve strane odnosa, a kao svoju posljedica ima desnu stranu odnosa, i koji sadrži samo dva iskazna slova, koja se javljaju i na lijevoj i na desnoj strani zadanoga odnosa logičkoga slijeda! Neka taj iskaz sadrži najviše dva pojavka poveznikā! Upišite dva rješenja (dva takva iskaza)!

i. ____________ ii. ____________

(c) Ukoliko odnos logičkoga slijeda ne stoji, upišite vrijednosti iskaznih slova u jednome protuprimjeru!

(i) A ______ (ii) B ______ (iii) C ______ (iv) D ______

❼ Jesu li sljedeći zaključci valjani (imajte na umu da je predmetno područje uvijek neprazno):

(a)
$$\begin{array}{l} \forall x(Px \lor Qx) \\ \forall x\neg(Px \lor Rx) \\ \hline \exists x(Qx \lor Rx) \end{array}$$

Da Ne

(b)
$$\begin{array}{l} \forall x(Px \to Qx) \\ \forall x(Rx \lor Qx) \\ \forall x(Px \lor Rx) \\ \hline \exists xQx \end{array}$$

Da Ne

(c)
$$\begin{array}{l} \exists x\neg Pxc \\ \forall xPx \\ \hline \exists x(Px \land \neg Pcx) \end{array}$$

Da Ne

❽ Zaokružite desno od zadanih rečenica **i** ('istina') ili **n** ('neistina') prema obziru na stvarno stanje u svijetu. Neka 'G' znači 'grad', neka 'V' znači 'veći od', a neka predmetno područje uključuje i druge predmete osim gradova.

(a) $\forall x\exists y(Gx \land Gy)$ **i** **n**

(b) $\exists x\exists y(Gy \land \neg Gx)$ **i** **n**

(c) $\forall x(Gx \to \exists y(Gy \land Vxy))$ **i** **n**

(d) $\exists x(Gx \land \forall y(Gy \to Vxy))$ **i** **n**

(e) $\forall x(Gx \to \exists yGy)$ **i** **n**

(f) $\forall x(Gx \to \exists y(Gy \land \neg Vxy))$ **i** **n**

(g) $\exists x(Gx \land \forall y(Gy \to \neg Vxy))$ **i** **n**

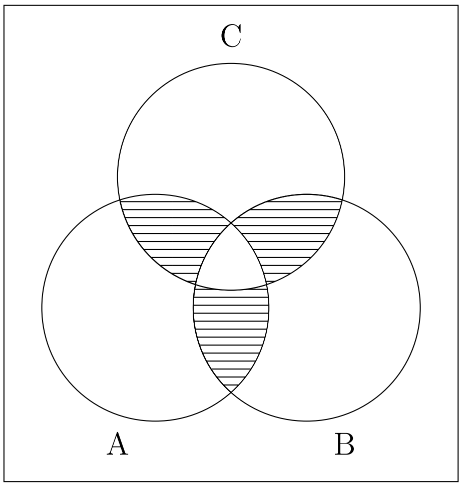
(h) $\forall x(\neg Gx \lor \neg\forall y(Vxy \lor \neg Gy))$ **i** **n**

(i) $\exists x\neg(\neg Gx \lor \exists y\neg(Vxy \lor \neg Gy))$ **i** **n**

(j) $\exists x(Gx \to \forall yGy)$ **i** **n**

(k) $\exists x\forall y(Gx \to Gy)$ **i** **n**

❾ Donji Vennov dijagram na nepotpun način prikazuje stanje stvari w:



U stanju stvari w istinite su sljedeće rečenice:

(a) $\exists x(\neg Ax \land \neg Bx)$

(b) $\forall x((Ax \lor Bx) \leftrightarrow \neg Cx)$

(c) $\exists x Ax \leftrightarrow \exists x Bx$

(d) $\neg\forall x\, Cx$

Na potpun način opišite stanje stvari w dopunjujući gornji dijagram osjenčenjima i križićima na odgovarajućim područjima!