DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE

ZAGREB, 22.–24. TRAVNJA 2012.

UPUTE NATJECATELJI(CA)MA!
∗ Pri rješavanju zadataka točno se držite u njima danih uputa.
∗ Ako se u zadatcima susretnete s nepoznatim sadržajima, oslonite se na umetnute naputke. Može se riješiti neki zadatak i bez prethodnoga susreta s takvom vrstom zadataka.
∗ 'Ili' shvatite uključno ako nije drukčije rečeno.
Ispravna rješenja čestice zadatka donose 3 boda, izostanak rješenja donosi 1 bod, a neispravno ili nepotpuno rješenje 0 bodova.

TEST IMA **6 STRANICA** I TRAJE **70 MINUTA**!

PITANJA:

Zadatak	*max.*	*bodovi (1. ispravljanje), potpis*	*bodovi (2. ispravljanje), potpis*	*konačni bodovi, potpis*
1.	30			
2.	12			
3.	30			
4.	18			
5.	15			
6.	9			
7.	42			
8.	30			
UKUPNO:	189			

❶ Zaokružite DA ili NE uz sljedeće rečenice:

(a) Aristotel nije proučavao varave zaključke. Da Ne

(b) Aristotel je primjenjivao Vennove dijagrame. Da Ne

(c) Poznati primjer razredbe četverokuta pripisuje se Heronu. Da Ne

(d) U trećem liku kategoričnoga silogizma srednjak je podmet obiju premisa. Da Ne

(e) U četvrtome liku kategoričnoga silogizma srednjak se javlja i u zaglavku. Da Ne

(f) Poznati heksametri u kojima se navode nazivi načina kategoričnoga silogizma, ni na koji način ne pomažu provjeri ili izvođenju zaključaka. Da Ne

(g) *Modus ponens* i *modus tollens* razlikuju se prema većoj premisi. Da Ne

(h) V. Devidé čuveni je francuski logičar i pjesnik 20. stoljeća. Da Ne

(i) Aksiomi modernih teorija moraju biti neposredno bjelodani. Da Ne

(j) Svi simboli kojima se služimo u nekoj modernoj aksiomatskoj teoriji, moraju biti u toj teoriji izričito (eksplicitno) definirani. Da Ne

❷ Proučite tekst!

> Kao što je kazao jedan od Keynesovih radikalnih učenika, 'ključni je paradoks kapitalizma' u tome da svaki kapitalist želi nisku plaću za svoje radnike a visoku plaću za radnike svih drugih kapitalista (jer to stvara visoku potražnju). Moguće je za svakog pojedinoga kapitalista da dobije svoj kolač i pojede ga, ali svi kapitalisti ne mogu zajedno biti u takvom položaju.
> —Prema: Jon Elster, 1978., *Logic and Society: Contradictions and Possible Worlds.*

Nazovimo vertikalno neracionalnom želju kojoj je sadržaj neostvariv zbog zakona koji vrijede u stvarnosti (koja je uvijek u skladu s logikom), horizontalno neracionalnom želju kojoj je sadržaj nekonzistentan (nezadovoljiv), a neka zajednička želja (barem dvočlane) skupine k kapitalista bude konjunkcija sadržaja želja svih njezinih članova.

(a) Je li prema "radikalnome Keynesovom učeniku" zajednička želja skupine k vertikalno neracionalna? Da Ne

(b) Je li prema "radikalnome Keynesovom učeniku" zajednička želja skupine k horizontalno neracionalna? Da Ne

(c) Implicira li vertikalna neracionalnost horizontalnu? Da Ne

(d) Implicira li horizontalna neracionalnost vertikalnu? Da Ne

❸ (a) Krenimo od iskaza *Nijedan A nije B.*

   i. Koji iskaz iz njega slijedi prema obratu?
      ✎
   ii. Koji iskaz iz prethodnodobivenoga slijedi prema podrednosti?
      ✎
   iii. Koji je iskaz protuslovan prethodnodobivenomu?
      ✎

(b) Neka vrijedi iskaz *Svi C jesu B.*

   i. Gornjemu iskazu suprotan je iskaz
      ✎
   ii. Prethodnodobivenomu iskazu protuslovi iskaz
      ✎
   iii. Prema obratu iz prethodnodobivenoga iskaza dobivamo iskaz
      ✎

(c) i. Koji iskaz silogistički slijedi iz (a)iii i (b)iii?
      ✎
   ii. Prema kojem liku (figuri) kategoričnoga silogizma slijedi prethodnodobiveni iskaz?
      ✎
   iii. Prema koliko načina (modusa) toga lika slijedi taj iskaz?
      ✎
   iv. Kad taj silogizam/te silogizme pretvorimo u prvi lik, koliko sveukupno silogističkih način dobivamo i koje (naziv)?
      ✎

❹ Koristeći se samo osnovnim pravilima, dokažite nekonzistentnost iskaza $r \in r \leftrightarrow r \notin r$ dopunjujući korake iskazima i potpunim opravdanjima (s brojevima redaka gdje je potrebno)! U opravdanjima upotrijebite 'pretp.' za 'pretpostavka', 'u' za 'uvođenje', 'i' za 'isključenje', 'op' za 'opetovanje' i poveznike $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ (npr. 'u$\wedge$' za 'uvođenje konjunkcije')! ($r \notin r$ znači $\neg\ r \in r$.)

1	$r \in r \leftrightarrow r \notin r$	. . . / . . .
2	$\quad r \in r$	. . . / . . .
3	$\quad \ldots$	. . . / . . .
4	$\quad \ldots$	. . . / op.
5	$\ldots$	. . . / . . .
6	$\ldots$	. . . / . . .

❺ Aksiom komprehenzije (u jednoj verziji teorije skupova) tvrdi da za svaki uvjet *postoji nešto čemu su elementi svi oni i samo oni predmeti koji ispunjavaju taj uvjet*. Razmislimo o uvjetu 'x nije svoj vlastiti element', tj. $x \notin x$. Prema aksiomu komprehenzije, postoji skup svih i samo onih predmeta koji nisu vlastiti elementi. Označimo takav skup slovom r! Budući da za svaki predmet x vrijedi da je x element u r (tj. $x \in r$) ako i samo ako x nije svoj vlastiti element (tj. $x \notin x$), onda to isto vrijedi i za r:

$$r \in r \leftrightarrow r \notin r \tag{1}$$

(a) Je li iskaz (1) valjan u logici prvoga reda? DA NE

(b) Neka je P bilo koji uvjet, te neka $x \in y$ stoji za 'x je element u y'. Zapišite pomoću simbola logike prvoga reda onaj dio iskaza aksiom komprehenzije koji je gore istaknut kosim slovima!

✎

(c) Osporava li iskaz (1) aksiom komprehenzije? DA NE

(d) U razgovorima s Kurtom Gödelom Hao Wang zabilježio je i ovu Gödelovu misao:

> U samim idejama o skupu i o pojmu ne nalazi se to da je svaki skup opseg nekoga pojma. Mogu postojati skupovi koji ne odgovaraju niti jednome pojmu. Tvrdnja "za svaki skup postoji pojam koji ga određuje" zahtijeva dokaz.
>
> —Hao Wang (1996) *A Logical Journey: From Gödel to Philosophy.*

i. U ovome citatu Gödel tvrdi da aksiom komprehenzije zahtijeva dokaz. DA NE

ii. Gödel tvrdi da su pojmovi 'skup' i 'opseg pojma' razdvojeni. DA NE

❻ U Łukasiewiczevoj trovrjednosnoj logici matrice vrijednosti za $\neg$ i $\leftrightarrow$ definirane su na sljedeći način:

p	$\neg p$
0	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	0

$\leftrightarrow$	0	$\frac{1}{2}$	1
0	1	$\frac{1}{2}$	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{2}$	1

(a) Je li iskaz $r \in r \leftrightarrow r \notin r$ zadovoljiv, tj. može li imati vrijednost 1 u Łukasiewiczevoj trovrjednosnoj logici? Ako da, odredite za koju vrijednost(0, $\frac{1}{2}$ ili 1) iskaza $r \in r$! Ako ne, upišite *Nije zadovoljiv*!

✎

(b) Što zaključujete—je li zadovoljivost iskaza ovisna o logičkoj teoriji unutar koje se ispituje?

DA NE

(c) Što zaključujete—osporava li iskaz (1) aksiom komprehenzije u teorijskome kontekstu Łukasiewiczeve logike? DA NE

❼ Neka predmetno područje čine točke (ili trenutci) 0, 1, 2, 3, … (u beskonačnost). Neka Ixy znači: x je iza (nakon, $>$) y, Px neka znači: P vrijedi u točki x, a Qx neka znači: Q vrijedi u točki x.

(a) Pođimo od sljedećega iskaza

$$\forall x((Px \land \forall y(Iyx \to Py)) \to Qx) \lor \forall x((Qx \land \forall y(Iyx \to Qy)) \to Px) \tag{2}$$

Zamislimo da je lijevi disjunkt opovrgnut nekom točkom t (kao vrijednošću varijable x)! Vrijede li tada u lijevome disjunktu (promatranome zasebno) formule:

i. Px — Da Ne

ii. $\forall y(Iyx \to Py)$ — Da Ne

iii. Qx — Da Ne

Ako je lijevi disjunkti opovrgnut točkom t, može li se, tako da ne nastane protuslovlje, zanijekati i desni disjunkt?

iv. nekom točkom iza t — Da Ne

v. nekom točkom prije t — Da Ne

vi. upravo točkom t — Da Ne

(b) Promotrimo sada formulu:

$$\forall x(\forall y(Iyx \to Py) \to Qx) \lor \forall x(\forall y(Iyx \to Qy) \to Px) \tag{3}$$

Ako zaniječemo lijevi disjunkt te nove formule pomoću neke točke t, može li se, tako da ne nastane protuslovlje, zanijekati i desni disjunkt

i. nekom točkom iza t — Da Ne

ii. nekom točkom prije t — Da Ne

iii. upravo točkom t — Da Ne

Što je o točkama iz našega primjera istinito od sljedećega:

iv. $\forall x \forall y \forall z \exists w((Iyx \land Izx) \to (Iwy \land Iwz))$ — Da Ne

v. $\forall x \forall y \forall z((Ixz \land Iyz) \to Ixy)$ — Da Ne

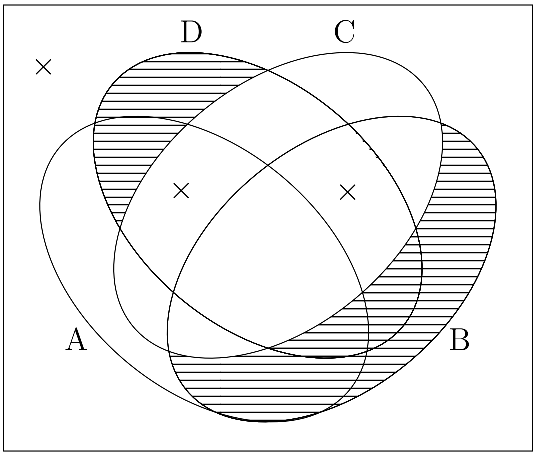
(c) Zamijenimo sada u gornjoj formuli (3) prirok I prirokom I' u značenju $I'xy$: x je iza y ili $x = y$. Kako sada glase odgovori na ista pitanja kao i u česticama i.–iii. podzadatka (b):

i. — Da Ne

ii. — Da Ne

iii. — Da Ne

8 Na Vennovu su dijagramu ovalima prikazani opsezi pojmova A, B, C i D:



Zaokružite DA kod istinitih iskaza, NE kod neistinitih, te / kod iskaza kojima se istinitosna vrijednost ne može odrediti na osnovi dijagrama ($\neg x = y$ je isto što i $x \neq y$)!

(a) $\exists x(Ax \land \neg Bx)$	DA	NE	/
(b) $\forall x(Dx \to \forall y Cx)$	DA	NE	/
(c) $\forall x(Cx \leftrightarrow Dx)$	DA	NE	/
(d) $\forall x(Ax \to (Bx \lor Cx))$	DA	NE	/
(e) $\exists x(Ax \land Bx) \to \forall x \neg Cx$	DA	NE	/
(f) $\exists x \neg(Ax \lor Bx) \leftrightarrow \forall x(Dx \to \neg Ax)$	DA	NE	/
(g) $\forall x(Bx \to (Cx \lor \neg Ax))$	DA	NE	/
(h) $\forall x \forall y(\neg x = y \to (Ax \to \neg Ay))$	DA	NE	/
(i) $\forall x \exists y(\neg x = y \to ((Ax \lor Cx) \to Dy))$	DA	NE	/
(j) $\exists x \forall y(\neg x = y \to (\neg Ay \to (\neg Bx \land Dx)))$	DA	NE	/