

DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE TEST

26. travnja 2013.

BODOVI:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- KRIVO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

ZADATAK	BROJ BODOVA	MAX BODOVA
1.		12
2.		39
3.		42
4.		30
5.		39
6.		33
UKUPNO		195

Zadatak 1.

Zaokružite točan odgovor.

a) Četvrti modus prema mnemotehničkoj pjesmici jest:

- 1) *Cesare*
- 2) *Celarent*
- 3) *Darii*
- 4) *Ferio*
- 5) *Barbara*

b) Poznati velški filozof, logičar i matematičar koji je dobio Nobelovu nagradu za književnost jest:

- 1) Harold Pinter
- 2) Hilary Putnam
- 3) Bertrand Russell
- 4) John Charles Fields
- 5) Willard Van Orman Quine

c) Sud oblika 'o' iz logičkog kvadrata nosi ime po slovu iz riječi:

- 1) *nutro*
- 2) *nego*
- 3) *approbo*
- 4) *affirmo*
- 5) *condono*

d) Iskaz ' $\neg\exists x\neg(\neg(Fx \wedge Gx) \vee (Px \wedge Dxx))$ ' po interpretaciji odgovara sudu logičkog kvadrata:

- 1) **a**
- 2) **e**
- 3) **i**
- 4) **o**
- 5) **u**

(4×3 boda = 12 bodova)

Zadatak 2.

Mnoštvo je neklasičnih logika poput modalne, intuicionističke, neizrazite (*fuzzy*) i tako dalje. Neizrazita logika ne posjeduje dvije istinitosne vrijednosti, već beskonačno mnogo njih. Iskazi u toj logici poprimaju vrijednost bilo kojeg realnog broja između 1 i 0 uključujući 1 i 0, tako da istinitosna vrijednost iskaznog slova 'P' može biti na primjer 0.3 što bi se bilježilo kao $\mathcal{V}(P) = 0.3$.

i) Istinitosna vrijednost složenih iskaza u neizrazitoj logici se može računati prema sljedećem skupu pravila vrjednovanja:

- $\mathcal{V}(\neg P) = 1 - \mathcal{V}(P)$,
- $\mathcal{V}(P \wedge Q) = \min[\mathcal{V}(P), \mathcal{V}(Q)]$,
- $\mathcal{V}(P \vee Q) = \max[\mathcal{V}(P), \mathcal{V}(Q)]$,

gdje 'min' za rezultat daje vrijednost od koje nema manje, a 'max' daje vrijednost od koje nema veće.

1) a) Neka je $P \rightarrow Q =_{def} \neg P \vee Q$, onda je $\mathcal{V}(P \rightarrow Q) =$ _____.

b) Neka je $P \leftrightarrow Q =_{def} (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$, onda je

$\mathcal{V}(P \leftrightarrow Q) =$ _____.

2) Odgovorite koje od sljedećih tvrdnji vrijede/ ne vrijede prema danom skupu pravila vrjednovanja:

- | | |
|---|---------------------|
| a) $\mathcal{V}(P \vee \neg P) = 1$ | vrijedi/ ne vrijedi |
| b) $\mathcal{V}(P \wedge \neg P) = 0$ | vrijedi/ ne vrijedi |
| c) $\mathcal{V}(A \wedge (B \wedge C)) = \mathcal{V}((A \wedge B) \wedge C)$ | vrijedi/ ne vrijedi |
| d) $\mathcal{V}(A \wedge (B \vee C)) = \mathcal{V}((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$ | vrijedi/ ne vrijedi |

3) U neizrazitoj logici definiramo da je zaključak valjan ako i samo ako je istinitosna vrijednost konkluzije veća ili jednaka najmanjoj istinitosnoj vrijednosti koja se pojavljuje među premisama. *Modus ponens* ne vrijedi u neizrazitoj logici prema prikazanom skupu pravila vrjednovanja. Dodijelite istinitosne vrijednosti iskazima P (antecedent/ prednjak) i Q (konsekvent/ posljedak) kako biste dobili protuprimjer za modus ponens.

Napomena: Potrebno je točno dodijeliti obje vrijednosti kako bi se dobili bodovi za točno rješenje.

$\mathcal{V}(P) =$ _____ $\mathcal{V}(Q) =$ _____

ii) Moguće je upotrijebiti i drugačiji skup pravila vrjednovanja za izračun istinitosnih vrijednosti složenih iskaza. Neka taj drugi skup glasi:

- $\mathcal{V}(\neg P) = 1 - \mathcal{V}(P)$
- $\mathcal{V}(P \wedge Q) = \max[\mathcal{V}(P) + \mathcal{V}(Q) - 1, 0]$
- $\mathcal{V}(P \vee Q) = \min[\mathcal{V}(P) + \mathcal{V}(Q), 1]$
- $\mathcal{V}(P \rightarrow Q) = \mathcal{V}(\neg P \vee Q)$

1) Odgovorite koje od sljedećih tvrdnji vrijede/ ne vrijede prema drugom skupu pravila vrjednovanja:

- | | |
|--|---------------------|
| a) $\mathcal{V}(P \vee \neg P) = 1$ | vrijedi/ ne vrijedi |
| b) $\mathcal{V}(P \wedge \neg P) = 0$ | vrijedi/ ne vrijedi |
| c) $\mathcal{V}(A \wedge (B \wedge C)) = \mathcal{V}((A \wedge B) \wedge C)$ | vrijedi/ ne vrijedi |
| d) $\mathcal{V}(A \wedge A) = \mathcal{V}(A)$ | vrijedi/ ne vrijedi |

2) Zadržimo definiciju valjanog zaključka iz **podzadatka i) 3)** te promotrimo modus ponens u skladu s drugim skupom pravila vrjednovanja.

- a) Vrijedi li modus ponens prema pravilima vrjednovanja pod ii)? **DA** **NE**
- b) Ako vrijedi zaokružite 'NEMA PROTUPRIMJERA'. Ako ne vrijedi, dodijelite istinitosne vrijednosti iskazima P (antecedent/ prednjak) i Q (konsekvent/ posljedak) kako biste dobili protuprimjer.

- NEMA PROTUPRIMJERA

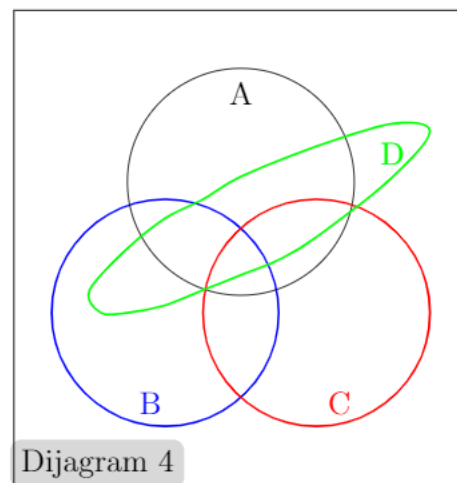
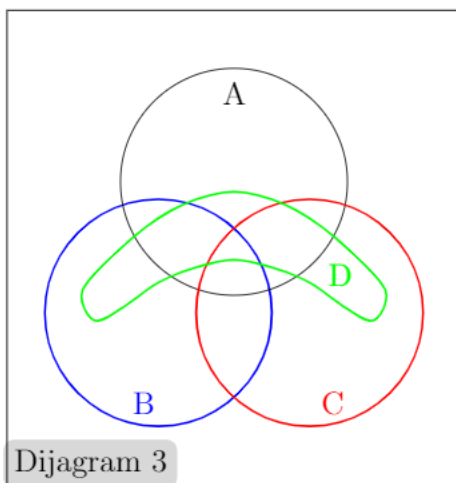
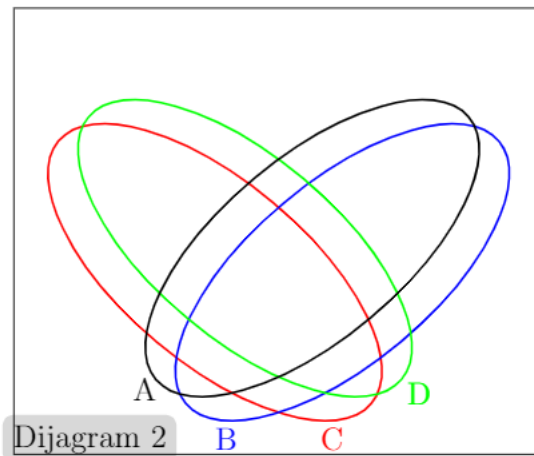
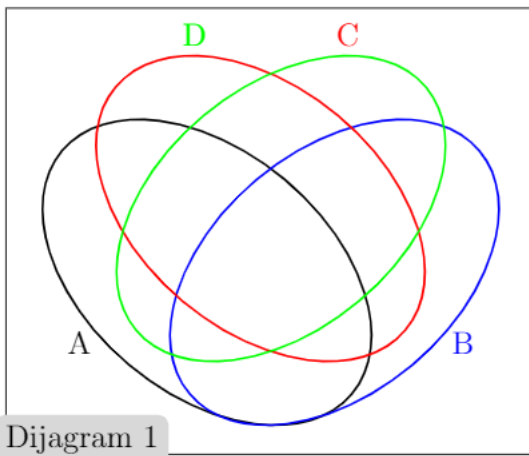
- $\mathcal{V}(P) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\mathcal{V}(Q) = \underline{\hspace{2cm}}$

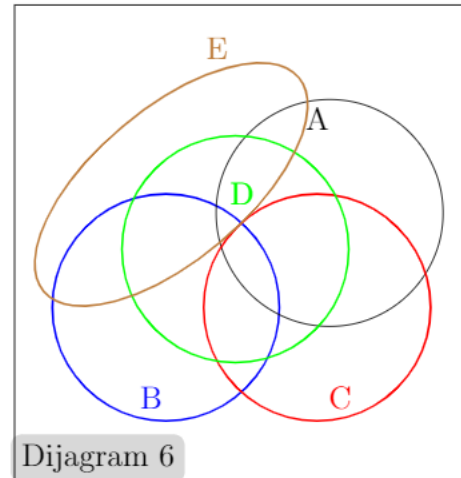
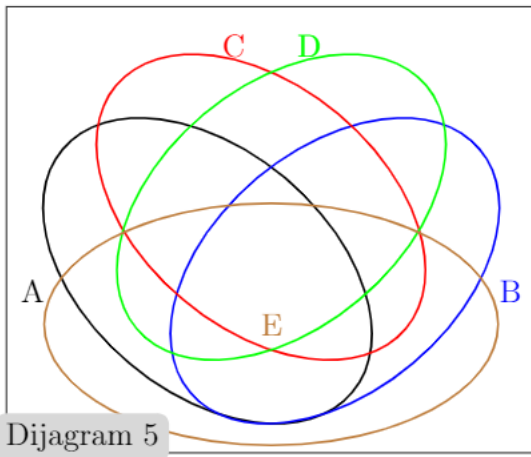
(13×3 boda = 39 bodova)

Zadatak 3.

Nazovimo Vennov dijagram *potpunim* s obzirom na zadane pojmove P, Q, R, S ako je u njemu moguće prikazati sve njihove odnose. Drukčije rečeno, za zadane pojmove P, Q, R, S u potpunom Vennovom dijagramu moguće je ucrtati svaku rečenicu oblika $[\neg]\exists x([\neg]Px \wedge [\neg]Qx \wedge [\neg]Rx \wedge [\neg]Sx)$ gdje se na mjestu $[\neg]\exists$ javlja ili \exists ili $\neg\exists$, na mjestu $[\neg]P$ javlja se P ili $\neg P$, te jednako za preostale predikate.

Nazovimo Vennov dijagram *neredudantnim* s obzirom na zadane pojmove P, Q, R, S ako se niti jedan njihov odnos ne može prikazati na dva ili više područja. Drukčije rečeno, za zadane pojmove P, Q, R, S u neredudantnom Vennovom dijagramu ne postoji rečenica $[\neg]\exists x([\neg]Px \wedge [\neg]Qx \wedge [\neg]Rx \wedge [\neg]Sx)$ koju je moguće ucrtati na dva ili više područja u dijagramu.





- Koji dijagrami nisu potpuni?

- Koji su dijagrami neredundantni?

- Za svaki nepotpun dijagram navedite jednu rečenicu koju nije moguće ucrtati! Rečenicu napišite na pripadajuću praznu liniju dijagrama. Ako je dijagram potpun, napišite 'NEMA'.

Dijagram 1: _____

Dijagram 2: _____

Dijagram 3: _____

Dijagram 4: _____

Dijagram 5: _____

Dijagram 6: _____

(14×3 boda = 42 bodova)

Zadatak 4.

U sljedećem zadatku nalazi se nekoliko skupova odgovora na nepoznato pitanje. Među njima se možda skriva točan odgovor. Kriteriji za točan odgovor su sljedeća dva:

- upravo (točno) jedan od ponuđenih odgovora je točan
- za proizvoljno tumačenje ponuđenih iskaza, ili će svi ponuđeni iskazi biti neistiniti ili će točan odgovor biti istinit

Nepoznato pitanje na koje se traži točan odgovor označavamo pomoću znaka '?'. Za barem jedno pitanje ne može se naći točan odgovor prema gornjim kriterijima. Pored tog ili tih pitanja ('?') napišite 'NEMA TOČNOG ODGOVORA'! Ako se u skupu može naći točan odgovor, zaokružite ga!

(i)

1. ?

- a) $(T \wedge \neg R) \vee (P \wedge S)$
- b) $(T \rightarrow \neg S) \wedge (P \rightarrow \neg P)$
- c) $\neg T \wedge \neg R \wedge \neg S \wedge \neg P$
- d) $P \rightarrow (T \vee R \vee S)$

2. ?

- a) $\neg(P \leftrightarrow (S \leftrightarrow \neg S))$
- b) $\neg(\neg R \rightarrow (S \rightarrow T)) \rightarrow P$
- c) $(\neg P \wedge S) \rightarrow R$
- d) $\neg((S \leftrightarrow (T \leftrightarrow T)) \wedge \neg P)$

3. ?

- a) $\forall x \exists y (Px \rightarrow Rxy)$
- b) $\forall x \forall y Rxy$
- c) $\neg \exists x \forall y (\neg Rxy \wedge Px)$
- d) $\exists x \neg \forall y (\neg Px \vee Rxy)$

4. ?

- a) $\forall x (Px \vee Rx)$
- b) $\forall x Px \vee \forall x Rx$
- c) $\forall x (Px \wedge Rx)$
- d) $\forall x Px \wedge \forall x Rx$
- e) $\exists x (Px \vee Rx)$
- f) $\exists x (Px \wedge Rx)$
- g) $\exists x Px \wedge \exists x Rx$
- h) $\exists x Px \vee \exists x Rx$

(ii) Ako skup točnih odgovora (od ponuđenih) na pitanja 1. i 2. označimo s ‘ Γ ’, a skup točnih odgovora (od ponuđenih) na pitanja 3. i 4. označimo s ‘ Δ ’, možemo li pronaći odgovor na pitanje ? u skupu:

a) Γ : DA NE

b) Δ : DA NE

(iii) Kada bismo u tekstu ovog zadatka zamijenili drugi uvjet s početka zadatka koji glasi “za proizvoljno tumačenje ponuđenih iskaza, ili će svi ponuđeni iskazi biti neistiniti ili će točan odgovor biti istinit” s

“za proizvoljno tumačenje ponuđenih iskaza, ili će svi ponuđeni iskazi biti istiniti ili će točan odgovor biti neistinit”

koji bi od ponuđenih odgovora bio točan? Napišite taj točan odgovor na praznu liniju! Ukoliko nije moguće pronaći odgovor u skladu s kriterijima, opet napišite ‘NEMA TOČNOG ODGOVORA’ na pripadajuću liniju.

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

(10 x 3 boda = 30 bodova)

Zadatak 5.

Koristeći se samo osnovnim pravilima, dopunite sljedeći dokaz iskazima, i desno, potpunim opravdanjima! U opravdanjima upotrijebite ‘pretp.’ za ‘pretpostavka’, ‘u’ za ‘uvođenje’, ‘i’ za ‘isključenje’, ‘op’ za ‘opetovanje’, poveznike \neg , \wedge , \vee , \rightarrow , \leftrightarrow i kvantifikatore (količitelje) \forall i \exists (npr. $u\neg$ za uvođenje negacije). Ako ćete se koristiti predmetnim konstantama, uvodite ih abecednim redoslijedom. Svaki potpuno ispravno popunjen redak (iskaz i opravdanje) nosi 3 boda.

1						
2						pretp.
3						pretp.
4						pretp.
5						... / ...
6						... / op.
7						... / ...
8						... / ...
9						... / ...
10						... / op.
11						... / ...
12						... / ...
13						... / ...
						$\neg\exists x(Ax \rightarrow Bx) \rightarrow \forall x(Ax \wedge \neg Bx)$

(13 x 3 boda = 39 bodova)

Zadatak 6.

Koristeći se danim tumačenjem predikata,

K^1 : '___ je kuća.', M^1 : '___ je mala.', V^1 : '___ je velika.', P^1 : '___ je plava.', Z^1 : '___ je zelena.',
 M^2 : '___ je manja od ___.', V^2 : '___ je veća od ___.', I^3 : '___ je između ___ i ___.', $=^2$: '___ je
istovjetan s ___.', prevedite na jezik logike predikata sljedeće rečenice:

a) Ima barem jedna kuća.

b) Neke su kuće male i plave.

c) Postoje točno tri kuće.

d) Sve su velike kuće zelene.

e) Neke plave kuće nisu između velikih i zelenih kuća.

f) Sve su kuće velike.

g) Svi predmeti o kojima pričamo jesu kuće.

h) Neke male kuće nisu veće od nekih plavih kuća.

i) Sve što je plavo nije mala kuća.

j) Nema takve kuće koja bi bila zelena i velika.

k) Postoji samo jedna kuća.

(11×3 boda = 33 bod)