DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE

A

Pula, 24.-26. travnja 2017.

BODOVI:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA*
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- KRIVO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

* Ako u zadatku nije navedeno drugačije.

ZADATAK	BROJ BODOVA	MAX BODOVA
1.		51
2.		66
3.		57
4.		54
5.		54
6.		18
UKUPNO		**300**

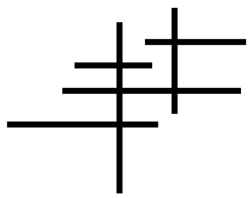
VRIJEME RJEŠAVANJA TESTA: 120 minuta

ZADATAK 1

Predmetno područje čini šest crta. Neka su predikati **U**, **V** i **S** ovako određeni:

Ux: x je uspravna
Vx: x je vodoravna [1]
Sxy: x i y se sijeku[2]

1. Postavimo crte u ovaj odnos:



Odredite istinitosnu vrijednost sljedećih formula s obzirom na prikazani odnos šest crta. Ako je formula istinita, u prazno polje desno od formule upišite 'I', a u protivnom upišite 'N'.

Formula	Istinitosna vrijednost
a) $\forall x \exists y Sxy$	
b) $\exists x \forall y Syx$	
c) $\forall x \forall y(\neg Sxy \vee Syx)$	
d) $\exists x(Ux \wedge \neg \exists y(Uy \wedge Sxy))$	
e) $\exists x \forall y((Vx \wedge Uy) \rightarrow Sxy)$	
f) $\neg \exists x \neg \exists y Sxy$	
g) $\forall x \forall y \exists z(x \neq y \rightarrow \neg(Szx \wedge Szy))$	
h) $\forall x \forall y((Ux \wedge Uy) \rightarrow x=y)$	
i) $\forall x \forall y((x \neq y \wedge ((Vx \wedge Vy) \vee (Ux \wedge Uy))) \rightarrow \exists z \forall w((Swx \wedge Swy) \leftrightarrow w = z))$	

2. Pretpostavimo da je formula $\forall x \exists y \forall z(Szx \leftrightarrow z = y)$ istinita. Na osnovi te pretpostavke utvrdite istinitosnu vrijednost sljedećih formula. Ako je formula istinita, upišite 'I', ako je neistinita, upišite 'N', a ako se istinitosna vrijednost formule ne može odrediti, upišite 'nema'.

Formula	Istinitosna vrijednost
a) $\exists x \forall y Sxy$	
b) $\exists x \neg \exists y Sxy$	
c) $\exists x \exists y \exists z(x \neq y \wedge Szy \wedge Szx)$	
d) $\forall x \exists y(Syx \wedge \forall z(z \neq y \rightarrow \neg Szx))$	
e) $\exists x \exists y \exists z(x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z \wedge Ux \wedge Uy \wedge Uz)$	
f) $\forall x \forall y \forall z(\neg(Sxy \vee Sxz \vee Syz) \rightarrow \exists w(Swx \vee Swy \vee Swz))$	
g) $\forall x \forall y(Sxy \rightarrow \exists z(z \neq x \wedge z \neq y \wedge (Szx \vee Szy)))$	
h) $\forall x(\neg Vx \rightarrow \exists y(Vy \wedge Sxy))$	

Ukupno 17×3 = 51 bod.

[1] Podrazumijevamo da $\forall x(Ux \leftrightarrow \neg Vx)$.
[2] Podrazumijevamo da $\neg \exists x Sxx$, tj. $\forall x \forall y(Sxy \rightarrow x \neq y)$. Također podrazumijevamo da $\forall x \forall y(Sxy \leftrightarrow Syx)$.

ZADATAK 2

Za bilo koje iskaze općeg zapisa X i Y vrijede sljedeća određenja prikaza:

X ———————— Y : X i Y ne mogu oba biti istiniti.

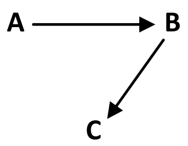
X - - - - - - - - - Y : X i Y ne mogu oba biti neistiniti.

X ————————▶ Y : Y slijedi iz X.

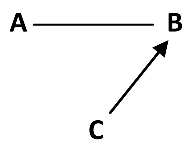
X ◀———————— Y : X slijedi iz Y.

U sljedećim prikazima docrtajte prikaze odnosa koji su sigurno uspostavljeni već prikazanim odnosima. Pritom izostavite prikaze odnosa iskaza prema sebi samima. Ako se između dvaju iskaza uspostavlja odnos koji se prikazuje objema strelicama, to je moguće prikazati jednom dvostrukom strelicom. Nije isključeno da uz već prikazani odnos između dvaju iskaza u dijagramu postoji još neki. Ako u nekom dijagramu nema rješenja, dopišite 'ne'.

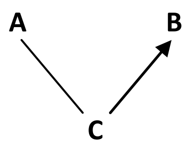
1.



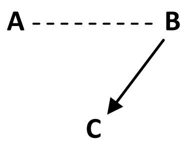
2.



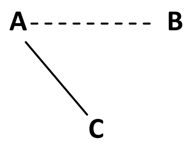
3.



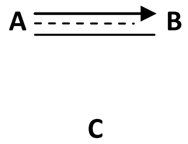
4.



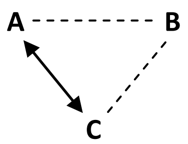
5.



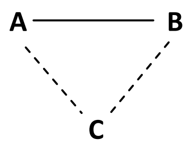
6.



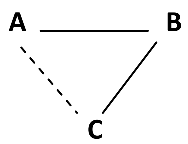
7.



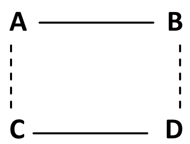
8.



9.



10.



Svaki točno uvršten prikaz odnosa donosi po 3 boda ako i samo ako u tom podzadatku nije uvršten neki pogrešan prikaz odnosa, što je slučaj kada se za dotični podzadatak dobiva 0 bodova. Izostanak rješenja u pojedinom podzadatku donosi po 1 bod.

Ukupno 66 bodova.

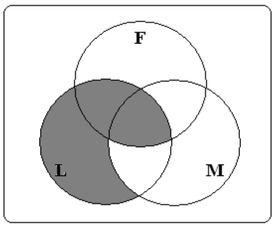
ZADATAK 3.

Zadana su tri niza po osam iskaza različitog značenja. Svaki niz pripada određenom jeziku: hrvatskom jeziku, jeziku priročne logike i jeziku Vennovih dijagrama.

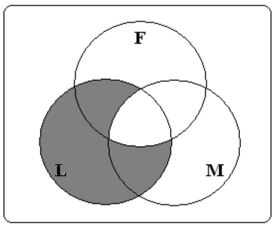
1. Uz rimske brojevne oznake Vennovih dijagrama dopišite oznake iskaza označenih arapskim brojkama i slovima koji imaju isto značenje kao i dotični dijagram. Značenje hrvatskih rečenica ne uključuje opstojnost subjekta.

Predmetno područje: ljudi; **Lx**: x je logičar; **Mx**: x je matematičar; **Fx**: x je filozof.

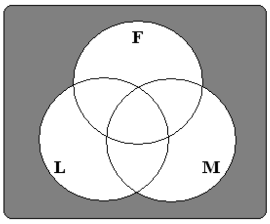
1) Nema logičara koji nisu ni matematičari ni filozofi.	A) $\forall x(Fx \rightarrow (Mx \rightarrow Lx))$
2) Tko je logičar ili matematičar, taj je filozof.	B) $\forall x(Fx \rightarrow (Mx \vee Lx))$
3) Svi osim matematičara su logičari ili filozofi.	C) $\neg\exists x(Lx \wedge (Mx \rightarrow Fx))$
4) Samo matematičari koji nisu filozofi jesu logičari.	D) $\forall x(\neg Fx \rightarrow (\neg Lx \wedge \neg Mx))$
5) Tko nije filozof i matematičar, taj nije logičar.	E) $\forall x(Lx \rightarrow (Mx \vee Fx))$
6) Svatko je matematičar, logičar ili nije filozof.	F) $\forall x(Mx \vee (Lx \vee Fx))$
7) Svaki matematičar je logičar samo ako je filozof.	G) $\forall x(Lx \rightarrow (Mx \wedge Fx))$
8) Nijedan matematičar koji nije logičar nije ni filozof.	H) $\neg\exists x((Mx \wedge Lx) \wedge \neg Fx)$



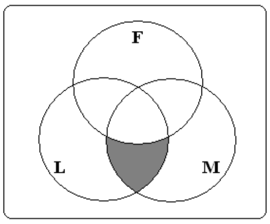
I __ __



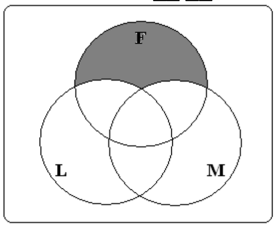
II__ __



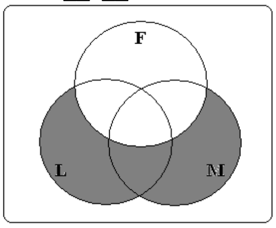
III__ __



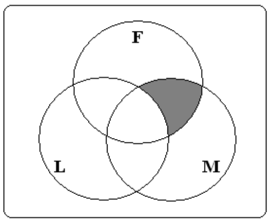
IV__ __



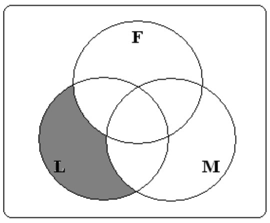
V__ __



VI__ __



VII __ __



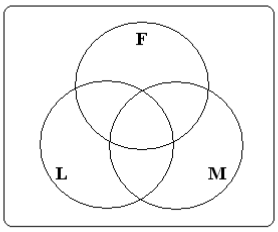
VIII__ __

(16 × 3 = 48 bodova)

2. Dovršite na najjednostavniji mogući način rečenicu, formulu i dijagram tako da imaju isto značenje. U rečenicu unesite pojmove koji nedostaju. Formulu dopunite logičkim simbolima (veznicima, kvantifikatorima i varijablama, nad svakom crticom po jedan simbol), a u dijagramu osjenčajte odgovarajuća polja.

Svaki ________________ je ili __________________, ili ___________________.

__ __ __ ((Mx ___ Lx) ___ Fx)



(3 × 3 = 9 bodova)

Ukupno 57 bodova.

ZADATAK 4

Imena dvaju prijatelja – Antor i Brank – dovoljno su neobična da možemo biti sigurni da ih ni s kim drugim ne dijele. No, dijele li povjerenje?

Zadane su dvije skupine po tri rečenice:

A1) ***Samo Antor vjeruje sam sebi.***

A2) ***Samo Antor vjeruje Antoru***.

A3) ***Antor vjeruje samo sebi.***

B1) ***Brank vjeruje Antoru.***

B2) ***Brank vjeruje sam sebi.***

B3) ***Antor vjeruje Branku.***

1. Popunite sljedeću tablicu tako da u odgovarajuće polje upišete DA ako rečenica u tom retku i rečenica u tom stupcu zajedno mogu biti istinite. Ako tako nije, upišite NE.

	B1	**B2**	**B3**
A1			
A2			
A3			

2. Zadano je predmetno područje (domena) svih ljudi (uključuje i druge ljude osim Antora i Branka). Zadane su predmetne konstante ***a***: Antor i ***b***: Brank. Zadan je prirok V takav da **Vxy**: x vjeruje y-u.

Uz svaku od sljedećih formula dopišite oznaku točno jedne od šest rečenica A1-B3 koja iskazuje značenje te formule. Smatrate li da nijedna od zadanih rečenica ne odgovara ponuđenoj formuli, upišite '/'.

2.1. Vba ___________

2.2. Vbb ___________

2.3. $Vaa \wedge \neg Vab$ ___________

2.4. $\forall x(Vax \leftrightarrow x=a)$ ___________

2.5. $\forall x(Vxa \leftrightarrow x=a)$ ___________

2.6. $\forall x(Vxx \leftrightarrow x=a)$ ___________

2.7. $\neg\exists x(x\neq a \wedge Vxa)$ ___________

2.8. $\neg\exists x(x\neq a \wedge Vxx)$ ___________

2.9. $\neg\exists x(Vxa \leftrightarrow x\neq a)$ ___________

Ukupno 18 × 3 = 54 boda.

ZADATAK 5

Pročitali ste članak R. M. Smullyana u kojem Franjo i eksperimentalni epistemolog raspravljaju o vjerovanjima. Grana logike koja se bavi vjerovanjima naziva se doksastičkom logikom, a čini posebnu vrstu modalne logike. Podzadatke **1.-3.** i **5.** rješavajte samo s obzirom na informacije dane u tim podzadatcima, dok je za rješavanje podzadatka **4.** potrebno koristiti informacije koje ste saznali iz teksta.

1. Franjo je izrekao sljedeću tvrdnju: „Vjerujem da je ova knjiga crvena“. Epistemolog ga uvjerava da je ta tvrdnja neistinita. Na temelju toga, ne uzimajući u obzir ostale informacije koje ste saznali u tekstu, odredite istinitost sljedećih Franjinih tvrdnji (za istinite tvrdnje upišite 'I', za neistinite 'N', a ako nije moguće odrediti istinitost, upišite '/').

Vjerujem da je knjiga crvena.	N
Knjiga je crvena.	
Vjerujem da knjiga nije crvena.	
Nije tako da vjerujem da je knjiga crvena.	
Knjiga nije crvena.	

(4 x 3 boda = 12 bodova)

2. Doksastičkoj je logici bliska epistemička logika, također vrsta modalne logike, koja se umjesto vjerovanjima bavi znanjima. Definirajmo znanje kao istinito vjerovanje i u tvrdnjama iz podzadatka 1. glagol „vjerovati“ zamijenimo glagolom „znati“. Odredite istinitosnu vrijednost sljedećih tvrdnji ako je poznato da je tvrdnja „Znam da je knjiga crvena“ istinita (za istinite tvrdnje upišite 'I', za neistinite 'N', a ako nije moguće odrediti istinitost, upišite '/')

Znam da je knjiga crvena.	I
Knjiga je crvena.	
Znam da knjiga nije crvena.	
Nije tako da znam da je knjiga crvena.	
Knjiga nije crvena.	

(4 x 3 boda = 12 bodova)

3. Kako se epistemolog mjesecima bezuspješno pitao treba li vjerovati svomu stroju, odlučio je formalizirati cijeli argument u logici prvoga reda te je formalno dokazao tvrdnju *T* koja glasi da stroju treba vjerovati ako i samo ako mu ne treba vjerovati. Zaokružite slovo ispred svih tvrdnji koje vrijede za sustav logike prvoga reda u kojem je tvrdnja *T* dokaziva.

a) U sustavu je moguće dokazati bilo koju tvrdnju.

b) Sustav nije suvisao.

c) Sustav je pouzdan.

d) Nemoguće je da je sustav i pouzdan i potpun.

e) Ako se tvrdnja *T* koristi kao izvedeno pravilo zaključivanja, sustav je neovisan.

Odgovor se priznaje ako i samo ako su zaokruženi svi i jedino točni odgovori.
(6 bodova (što ne znači nužno da su dva točna odgovora))

4. Na temelju informacija sadržanih u članku „Epistemološka mora“ odredite istinitost sljedećih tvrdnji. Za istinite tvrdnje zaokružite 'I', a neistinite 'N', a ako istinitost nije moguće odrediti, zaokružite '/'.

U trenutku kada je epistemolog svoj stroj (koji mjeri fiziološka stanja i procese) primjenjivao na Franju, stroj je bio pouzdan.	I N /
Stroj je tvrdio da je nepouzdan te da mu zato epistemolog ne treba vjerovati.	I N /
Franjo je po dolasku epistemologu vjerovao da je knjiga koju mu je epistemolog pokazao crvena.	I N /
Epistemolog je utvrdio da Franjo ima barem jedno neistinito vjerovanje.	I N /
Stroj je savjetovao epistemologu da mu ne vjeruje, što je dovelo do paradoksa.	I N /
Na temelju toga što je u sustavu prvoga reda dokazao da stroju treba vjerovati ako i samo ako mu ne treba vjerovati, epistemolog je zaključio da stroju ne treba vjerovati.	I N /
Epistemolog je od početka vjerovao da stroju ne treba vjerovati.	I N /

(7 x 3 boda = 21 bod)

5. Epistemolog u jednome trenutku tvrdi sljedeće: „Ako je stroj pouzdan, onda bih trebao prihvatiti njegov savjet da mu ne vjerujem. Ali ako mu ne vjerujem, tada također sumnjam i u njegov savjet da mu ne vjerujem, i tako sam u totalnom škripcu.“

Odaberite dovoljan uvjet za nepostojanje paradoksa (ako postoji).

a) Epistemolog bi trebao vjerovati stroju.

b) Epistemolog ne bi trebao vjerovati stroju.

c) Stroj je pouzdan.

d) Stroj nije pouzdan.

e) Paradoks nije moguće izbjeći.

(1 x 3 boda = 3 boda)

Ukupno 54 boda.

ZADATAK 6

Ispunite izvod prema pravilima deduktivnoga sustava koristeći raspoloživu iskaznu „građu“. Građa se mora u potpunosti iskoristiti i ništa što nije uvršteno u građu ne smije biti korišteno, a obuhvaća sve simbole, slova i oznake u samome izvodu i opravdanjima, osim brojaka koje se javljaju lijevo od izvoda. Prvih je pet redaka u potpunosti prazno, a u šestome je crtama „_“ označeno koliko simbola nedostaje.

Građa:

Iskazna slova:	**A A A A A A**	**B B**	**C C C C**		
Poveznički simboli:	∨ ∨ ∨	∧ ∧	→ → →		
Zagrade:	**(**	**)**			
Slova opravdanja[3]:	**u u u**	**MP**	**p p**		
Povlaka i zarezi[4] :	**-**	**, ,**			
Brojke koraka u opravdanjima:	**1**	**2 2 2**	**3**	**4**	**5**

Izvod:

1

2

3

4

5

6 _ _ (_ ∧ _)

Svaki i samo potpuno točno ispunjeni redak donosi 3 boda.
Potpuno prazan redak: 1 bod.
Pogrešno ili nepotpuno ispunjen redak: 0 bodova.

Ukupno 18 bodova.

[3] Kratice za uvođenje – uključivanje logičkog veznika, pravilo ***modus ponens*** i pretpostavku.
[4] Dijelovi brojčanih sastavnica tumačenja.