

# DRŽAVNO NATJECANJE IZ LOGIKE

21. listopada 2020.

## BODOVI:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA\*
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD\*
- KRIVO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA\*

\*Osim ako je u uputi u zadatku navedeno drugačije.

## B KATEGORIJA

ZADATAK	BROJ BODOVA	MAX BODOVA (B)
1.		15
2.		62
3.		60
<b>UKUPNO</b>		<b>137</b>

Vrijeme rješavanja testa: 90 minuta

### Zadatak 1.

U donjim je zaključcima potrebno pronaći formulu u jeziku iskazne logike, tj. logike sudova, koja nedostaje. Prilikom zapisa tražene formule koristite sljedeći prijevod:

- $I \dots$  Istraživanja su urotnički falsificirana.
- $N \dots$  Nacionalizam je koreliran s gustoćom sive materije u području PCC-a.

Nova premisa, nazovimo ju  $X$ , mora ispunjavati sljedeće uvjete:

1. ne sadrži druge simbole osim  $I$ ,  $N$ ,  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$  te zagrada;
2. zaključak s dodanom formulom mora biti valjan;
3. ne smije postojati neka druga formula  $Y$  koja također ispunjava uvjete (1.) te (2.), te uz to  $Y$  logički slijedi iz  $X$ , a  $X$  logički ne slijedi iz  $Y$ ;

Na primjer, formula  $N$  u prvom podzadatku ne bi ispunila sve uvjete (1)–(3).

U svim podzadacima postoji više rješenja, ali dovoljno je napisati jedno. Veličina odabrane formule ne utječe na bodovanje.

1. Ako je nacionalizam koreliran s gustoćom sive materije u području PCC-a, istraživanja su urotnički falsificirana.

*Nedostajuća premisa (formula):* \_\_\_\_\_

*Konkluzija:* Istraživanja su urotnički falsificirana.

2. Nacionalizam je koreliran s gustoćom sive materije u području PCC-a.

*Nedostajuća premisa (formula):* \_\_\_\_\_

*Konkluzija:* Istraživanja su urotnički falsificirana.

3. Nacionalizam je koreliran s gustoćom sive materije u području PCC-a samo ako istraživanja nisu urotnički falsificirana.

*Nedostajuća premisa (formula):* \_\_\_\_\_

*Konkluzija:* Nacionalizam nije koreliran s gustoćom sive materije u području PCC-a ako i samo ako su istraživanja urotnički falsificirana.

4. Istraživanja su urotnički falsificirana premda istraživanja nisu urotnički falsificirana.

*Nedostajuća premisa (formula):* \_\_\_\_\_

*Konkluzija:* Nacionalizam je koreliran s gustoćom sive materije u području PCC-a ako su istraživanja urotnički falsificirana.

5. Istraživanja nisu urotnički falsificirana.

*Nedostajuća premisa (formula):* \_\_\_\_\_

*Konkluzija:* Samo ako su istraživanja urotnički falsificirana a nacionalizam nije koreliran s gustoćom sive materije u području PCC-a, vrijedi sljedeće: ako je nacionalizam koreliran s gustoćom sive materije u području PCC-a, istraživanja su urotnički falsificirana.

**(5×3 boda = 15 bodova)**

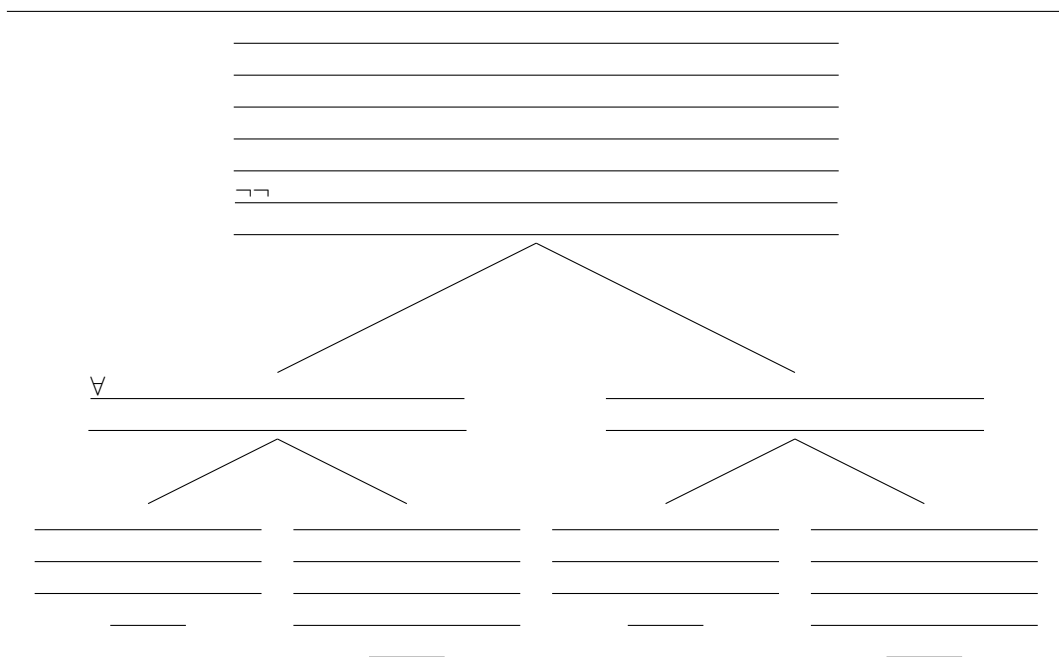
**Zadatak 2.**

Istinitosnim (semantičkim) stablom provjerite je li

$$\forall x(\forall zRzx \rightarrow \neg\forall zSzx) \rightarrow (\forall y\forall wSyw \rightarrow \forall x\forall y\neg(\forall wRyw \vee \forall wRwx))$$

valjan iskaz. Na crte smijete upisivati samo formule i/ili simbole  $\checkmark$ ,  $\circ$  i  $\times$ .

Na iskaze oblika  $\neg\forall x\phi$  izravno primjenjujte pravila, tj. ne prevodite ih prethodno u iskaze oblika  $\exists x\neg\phi$ . Dozvoljeno je pisanje opravdanja, ali se ne boduje niti ikako može utjecati na dobiveni broj bodova.



Iskaz \_\_\_\_\_ valjan.

Bodovanje: potpuni izostanak rješenja nosi 10 bodova. Inače:

Neka je S skup svih ispravnih popunjenja zadanoga stabla. Definiramo T kao broj polja u stablu u kojima se sadržaj toga polja u vašem rješenju (uključujući kvačicu) potpuno poklapa sa sadržajem istoga polja u rješenju R iz S, za ono rješenje R iz S za koje je taj broj najveći. Broj bodova za vaše rješenje stabla jednak je udvostručenomu broju T. Točan odgovor na pitanje o valjanosti iskaza nosi dodatna 2 boda ako i samo ako je cijelo stablo ispravno ispunjeno.

**(31×2 boda = 62 boda)**

### Zadatak 3.

Neka su  $s_1, s_2$  i  $s_3$  tri situacije, svaka sa svojom pridruženom domenom (predmetnim područjem). U domeni  $\mathcal{D}_1$  (pridruženoj situaciji  $s_1$ ) nalaze se samo jedan crveni kvadrat i jedan bijeli trokut, u  $\mathcal{D}_2$  (pridruženoj  $s_2$ ) samo je crveni kvadrat, a u  $\mathcal{D}_3$  (pridruženoj  $s_3$ ) samo bijeli trokut. Neka prirodna slova  $K, T, C$  i  $B$  stoje za svojstva, redom, “biti kvadrat”, “biti trokut”, “biti crven” i “biti bijel”. Za iskaze prirodne logike kazat ćemo da su istiniti u situaciji  $s_i$  akko su istiniti s obzirom na njoj pridruženu domenu  $\mathcal{D}_i$ . Primjerice, iskaz  $\exists x Kx$  istinit je u  $s_1$  i  $s_2$ , neistinit u  $s_3$ ; iskaz  $Ba$  istinit je u  $s_3$ , neistinit u  $s_2$ , a za  $s_1$  ne znamo je li istinit ili neistinit ako ne znamo koji je predmet iz  $\mathcal{D}_1$  označen konstantom  $a$ .

Proširimo sada jezik prirodne logike operatorom  $\Box$  u jezik  $\mathcal{L}^\Box$  na sljedeći način: (1) ako je  $\phi$  iskaz jezika prirodne logike,  $\phi$  je iskaz jezika  $\mathcal{L}^\Box$ ; (2) ako su  $\phi$  i  $\psi$  iskazi jezika  $\mathcal{L}^\Box$ , onda su  $\neg\phi$ ,  $\phi \wedge \psi$ ,  $\phi \vee \psi$ ,  $\phi \rightarrow \psi$ ,  $\phi \leftrightarrow \psi$  i  $\Box\phi$  iskazi jezika  $\mathcal{L}^\Box$ ; (3) ništa drugo nije iskaz jezika  $\mathcal{L}^\Box$ . Poveznici neka se ponašaju na uobičajen način. Primjerice,  $\neg\phi$  je istinito u situaciji  $s_i$  akko je  $\phi$  neistinito u situaciji  $s_i$ . Neka vrijedi sljedeće: iskaz  $\Box\phi$  istinit je u  $s_1$  akko je  $\phi$  istinit ujedno i u  $s_1$  i u  $s_2$  i u  $s_3$ ;  $\Box\phi$  istinit je u  $s_2$  akko je  $\phi$  istinit u  $s_2$  i  $s_3$ ;  $\Box\phi$  je istinit u  $s_3$  akko je  $\phi$  istinit u  $s_1$ .

Neka su  $\phi$  i  $\psi$  proizvoljni iskazi jezika  $\mathcal{L}^\Box$ . U tablicu upišite jesu li navedeni iskazi (i iskazne sheme) u  $s_1, s_2$  i  $s_3$  istiniti (I), neistiniti (N) ili im se na temelju podataka koje imate ne može utvrditi istinitosna vrijednost (?).

	$s_1$	$s_2$	$s_3$
$\Box\exists x\neg x = c$			
$\Box\neg\exists x\exists y\neg x = y \vee \Box\forall x(Kx \rightarrow Bx)$			
$\neg\Box\neg\exists x\exists y((Tx \wedge Ty) \wedge \neg x = y)$			
$\Box\neg\exists x(Cx \wedge Tx) \rightarrow \exists x(Cx \wedge Kx)$			
$\Box(\forall x(Kx \rightarrow Cx) \leftrightarrow \Box\forall x(Bx \rightarrow Tx))$			
$\exists x(Tx \wedge \forall y(Ty \rightarrow x = y)) \rightarrow \Box\exists xBx$			
$\Box(\exists xBx \wedge \exists xKx) \vee \Box\Box\neg(\exists x\neg(Cx \rightarrow Cx) \rightarrow \phi)$			
$\Box\phi \rightarrow \phi$			
$\Box\phi \rightarrow \Box\Box\phi$			
$\Box(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box\phi \rightarrow \Box\psi)$			

(30×2 boda = 60 bodova)