ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ LOGIKE

12. ožujka 2012.

BODOVI:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- KRIVO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

ZADATAK	BROJ BODOVA	MAX BODOVA
1.		15
2.		15
3.		21
4.		6
5.		21
6.		18
7.		18
8.		30
9.		15
10.		15
UKUPNO		**174**

Zadatak 1.

Uz standardne veznike $\{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg\}$ definirana su i dva nova veznika:

$$p \bullet q =_{def.} \neg(\neg p \vee q) \vee \neg(p \vee \neg q)$$

$$p \circ q =_{def.} \neg(\neg p \vee q)$$

Jesu li sljedeći iskazi tautologije s obzirom na klasične istinitosne tablice? Upišite 'DA' ili 'NE' na praznine.

a) $\neg(\neg(A \bullet A) \bullet \neg(B \bullet B))$ _____

b) $\neg(((A \bullet A) \rightarrow ((B \circ B) \rightarrow C) \circ ((A \rightarrow A) \circ C)))$ _____

c) $(\neg(A \bullet A) \circ \neg(A \bullet A)) \bullet ((B \bullet B) \circ \neg(A \circ A))$ _____

d) $\neg A \rightarrow \neg((B \circ B) \circ (C \bullet A))$ _____

e) $\neg(A \bullet A) \rightarrow (\neg((A \rightarrow (\neg A \rightarrow A)) \bullet \neg(A \circ (\neg A \rightarrow B))) \circ (B \bullet B))$ _____

(5×3 boda = 15 bodova)

Zadatak 2.

Zadan je iskaz:

$$\boldsymbol{A \equiv (R \to P) \to \{[Q \to (S \to P)] \to \neg(\neg P \to R)\}}$$

Iskaz A prikazan je sljedećom istinitosnom tablicom gdje i predstavlja istinu, a n neistinu.

	P	Q	R	S	A
1.	i	i	i	i	n
2.	i	i	i	n	n
3.	i	i	n	i	n
4.	i	i	n	n	i
5.	i	n	i	i	n
6.	i	n	i	n	n
7.	i	n	n	i	i
8.	i	n	n	n	n
9.	n	i	i	i	i
10.	n	i	i	n	i
11.	n	i	n	i	n
12.	n	i	n	n	n
13.	n	n	i	i	i
14.	n	n	i	n	i
15.	n	n	n	i	n
16.	n	n	n	n	i

Pronađite retke u tablici u kojima vrijednost iskaza A nije ispravno zapisana te upišite brojeve tih redaka na praznine.

Rješenje: _____, _____, _____, _____, _____

(5×3 boda = 15 bodova)

NAPOMENA: Zadatci **3** i **4** su povezani te je za rješavanje zadatka **4.** potrebno uzimati podatke iz zadatka broj **3**!

Zadatak 3.

Pravilno sastavljeni iskazi (u daljnjem tekstu skup svih pravilno sastavljenih iskaza označavamo s **PSI**, a kada govorimo da je P pravilno sastavljeni iskaz, pišemo $P \in \mathbf{PSI}$) u nekom jeziku $\mathcal{L}^{\otimes,\otimes',\otimes''}$ definirani su na sljedeći način:

(1) Iskazna slova A, B i C su **PSI**. U daljnjem tekstu označavamo ih redom $\oslash$, $\oslash'$, $\oslash''$.

(2) Ako je $P \in \mathbf{PSI}$, onda je i $\otimes P \in \mathbf{PSI}$,

(3) Ako su $P, Q \in \mathbf{PSI}$, onda je i $P \otimes' Q \in \mathbf{PSI}$,

(4) $\otimes''\oslash$, $\otimes''\oslash'$ i $\otimes''\oslash''$ su **PSI**,

(5) Ništa drugo nije **PSI** u $\mathcal{L}^{\otimes,\otimes',\otimes''}$.

Zagrade koristimo na uobičajeni način, kao i u iskaznoj logici.

Odredite koji je od sljedećih iskaza prema danoj definiciji **PSI**, a koji nije. Upišite ‘DA’ ili ‘NE’ na praznine.

(a) $\oslash \otimes' \otimes \oslash$ _____

(b) $\otimes(\oslash \otimes' \otimes \oslash')$ _____

(c) $\otimes''(\oslash \otimes' \otimes \otimes'' \oslash')$ _____

(d) $\oslash' \otimes' \otimes(\otimes \oslash \otimes'(\oslash \otimes' \otimes'' \otimes \oslash'))$ _____

(e) $\oslash' \otimes' (\oslash \otimes' (\oslash \otimes' \otimes \oslash'))$ _____

(f) $\otimes'' \oslash \otimes'(\otimes \otimes \oslash \otimes' \oslash')$ _____

(g) $(\oslash \otimes' \oslash') \otimes' \otimes''(\oslash'' \otimes' (\otimes \oslash' \otimes \oslash))$ _____

(7×3 boda = 21 bod)

Zadatak 4.

Za operatore $\otimes$, $\otimes'$ i $\otimes''$ dane su sljedeće istinosne tablice, gdje i predstavlja istinu, a n neistinu:

p	q	$p \otimes' q$
i	i	i
i	n	i
n	i	n
n	n	i

p	$\otimes p$
i	n
n	i

p	$\otimes'' p$
i	i
n	i

Na temelju istinosnih vrijednosti iz tablica od iskaza (**??**) iz zadatka broj **3**. napravite tautologiju u dva koraka. U prvome koraku u iskaz dodajte jedan binarni (dvomjesni) operator, a zatim u drugome koraku premjestite jedan unarni (jednomjesni) operator na drugo mjesto.

NAPOMENA: Dobiveni iskaz mora biti **PSI** prema definiciji **PSI**-a iz zadatka broj **3**.

(**??**) $(\oslash \otimes' \oslash') \otimes' \otimes''(\oslash'' \otimes' (\otimes \oslash' \otimes\oslash))$

(1.) ____

(2.) ____

(2×3 boda = 6 bodova)

Zadatak 5.

Ljudi po svojoj prirodi mogu biti moralni. Nužno je da se ljudi koji prihvaćaju odgovornost prema drugim ljudskim i neljudskim bićima nađu u situaciji u kojoj preispituju svoja moralna načela. Onaj tko ne prihvaća odgovornost prema drugim ljudskim ili neljudskim bićima nikako ne može biti moralan.

Ako sljedeće rečenice slijede iz zadanoga teksta, zaokružite $\models$, ako su kontradiktorne s obzirom na tekst, zaokružite $\perp$, a ako za rečenicu ne vrijedi ni $\models$ ni $\perp$, zaokružite $\emptyset$.

a) Ljudi se ne mogu naći u situaciji u kojoj preispituju svoja moralna načela. $\models$ $\perp$ $\emptyset$

b) Ljudi su nužno moralni. $\models$ $\perp$ $\emptyset$

c) Ljudi nužno prihvaćaju odgovornost prema drugim ljudskim i neljudskim bićima. $\models$ $\perp$ $\emptyset$

d) Moguće je da se ljudi koji su moralni nađu u situaciji u kojoj preispituju svoja moralna načela. $\models$ $\perp$ $\emptyset$

e) Ljudi koji nisu moralni nikad ne preispituju svoja moralna načela. $\models$ $\perp$ $\emptyset$

f) Moguće je da ljudi preispituju svoja moralna načela i da prihvaćaju odgovornost za ljudska i neljudska bića. $\models$ $\perp$ $\emptyset$

g) Nemoguće je da su ljudi koji preispituju svoja moralna načela ujedno i moralni. $\models$ $\perp$ $\emptyset$

(7×3 boda = 21 bod)

Zadatak 6.

U Dominijskom ratu sudjelovali su Federacija, Klingonsko Carstvo, Romulansko Zvjezdano Carstvo, Konfederacija Breena, Dominij te Kardasijska Unija. Romulanci su u rat ušli tek nakon što je u atentatu ubijen jedan njihov senator. Istražitelj Tal Shiara, Romulanske obavještajne službe, dobio je sljedeća izvješća od njihovih agenata u raznim dijelovima galaksije:

1.) Za ubojstvo nisu odgovorni Breeni ili nije odgovorna Federacija. Uz to, ako su bili odgovorni Kardasijanci, onda Dominij nije sudjelovao u atentatu.

2.) Federacija je sudjelovala u atentatu ako i samo ako su sudjelovali Kardasijanci. Također, Breeni su odgovorni za atentat ako i samo ako su za atentat odgovorni i Klingonci.

3.) Ako su Breeni odgovorni za atentat, onda su odgovorni i Klingonci ili Federacija.

4.) Za atentat su odgovorni Breeni te nije tako da su u atentatu sudjelovali Klingonci ili Federacija.

5.) Ako Federacija i Kardasija nisu sudjelovali u atentatu, onda nije slučaj da su Breeni sudjelovali samo ako su Klingonci sudjelovali.

Istražitelj je naknadno saznao da je jedan agent prebjegao te da je njegovo i samo njegovo izvješće bilo neistinito.

a) Koji agent je prebjeg? Na prazninu upišite redni broj izvješća koje je taj agent dao. _____

b) Za svaku od sudionica rata napišite, upisujući DA ili NE na praznine, je li sudjelovala u atentatu.

1.) Federacija _____

2.) Klingonsko Carstvo _____

3.) Konfederacija Breena _____

4.) Dominij _____

5.) Kardasijska Unija _____

(6×3 boda = 18 bodova)

Zadatak 7.

Koristeći se samo pravilom isključenja pogodbe (*modus ponens*) i sljedećim trima pretpostavkama dopunite sljedeći dokaz dijelovima iskaza koji nedostaju s lijeve strane i potpunim opravdanjima s desne strane. Sve nepotpune pretpostavke poprimaju jedan od sljedećih oblika:

a) A1 : $p \to (q \to p)$

b) A2 : $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$

c) A3 : $(\neg q \to \neg p) \to (p \to q)$

gdje su p, q i r proizvoljni iskazi, primjerice za $p \equiv C \wedge D$ i $q \equiv C \vee D$, A1 poprima oblik:

$$(C \wedge D) \to ((C \vee D) \to (C \wedge D))$$

Svaki korak u dokazu mora biti varijanta jedne od triju navedenih pretpostavki ili dobiven iz prethodnih koraka pravilom *modus ponens*.

NAPOMENA: Upotrijebite ‘pretp. An’ za označavanje pretpostavke gornje sheme iz koje je dobivena. Npr. ako je dobivena iz prve sheme, napišite A1.

1	$(L \to ((L \to L) \to L)) \to$	pretp. A2
2	$L \to ((L \to L) \to L)$	...
3		pretp. A1
4	$\to (L \to L)$	. . . / . . .
5	$L \to L$	. . . / . . .

(6×3 boda = 18 bodova)

Zadatak 8.

Definiciju valjanosti zaključka koju danas koristimo stvorili su filozofi megarsko-stoičke škole. Izmijenimo stoičku definiciju na sljedeći način:

> Zaključak s premisama $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ i konkluzijom k valjan je ako i samo ako je konjunkcija premisa ekvivalentna konkluziji, odnosno ako i samo ako je iskaz
>
> $$(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n) \leftrightarrow k$$
>
> tautologija.

Koje su od sljedećih tvrdnji istinite? Na praznine upišite 'DA' ako su istinite ili 'NE' ako su neistinite.

a) *Modus ponens* je prema "novoj" definiciji valjan oblik zaključka.

_____

b) Hipotetički je silogizam prema "novoj" definiciji valjan oblik zaključka.

_____

c) *Modus tollendo ponens* je prema "novoj" definiciji valjan oblik zaključka.

_____

d) Ako je $A \rightarrow B$ premisa zaključka, onda konkluzija $A \rightarrow (A \rightarrow B)$ s njom prema "novoj" definiciji čini valjan zaključak.

_____

e) Ako je $A \leftrightarrow (B \vee C)$ premisa zaključka, onda konkluzija $(A \wedge \neg B) \leftrightarrow C$ s njom prema "novoj" definiciji čini valjan zaključak.

_____

f) Ako je zaključak nevaljan po stoičkoj definiciji, onda je nevaljan i po "novoj" definiciji.

_____

g) Ako je zaključak valjan po stoičkoj definiciji, onda je valjan i po "novoj" definiciji.

_____

h) Dodavanjem novih premisa prema "novoj" definiciji valjanosti možemo uvijek iz nevaljanog dobiti valjan zaključak.

_____

i) Ako premise zaključka koji je valjan prema "novoj" definiciji čine zadovoljiv skup iskaza, onda premise i konkluzija toga zaključka također čine zadovoljiv skup iskaza.

_____

j) Svaki zaključak čije premise čine nezadovoljiv skup iskaza prema "novoj" je definiciji valjan.

_____

(10×3 boda = 30 bodova)

Zadatak 9.

Zadani su logički veznici $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, |, \downarrow, \nrightarrow\}$, pri čemu veznike inkompatibilnosti $|$, binegacije $\downarrow$ i izravne nepogodbe $\nrightarrow$ definiramo na sljedeći način:

$$p \mid q \equiv_{def} \neg(p \wedge q),$$

$$p \downarrow q \equiv_{def} \neg(p \vee q),$$

$$p \nrightarrow q \equiv_{def} \neg(\neg p \vee q).$$

$\models$ je oznaka logičkog slijeda, tj. $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\} \models b$ znači da iz skupa iskaza $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ logički slijedi iskaz b, odnosno temeljem iskaza $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ možemo valjano zaključiti na b.
Na primjer $\{(p \wedge q)\} \models p$ znači da na temelju iskaza $p \wedge q$ možemo zaključiti na iskaz p.
Za sljedeće parove iskaza odredite kojim je veznikom od gore navedenih moguće zamijeniti zvjezdicu (*) kako bi vrijedila oba odnosa logičkoga slijeda koji čine par. Ukoliko ne odgovara nijedan veznik, na crtu upišite $\emptyset$.

(a) $\{\neg(p * q)\} \models \neg p$, $\{q\} \models p * q$ _____

(b) $\{p * q\} \models p$, $\{q\} \models \neg(p * q)$ _____

(c) $\{\neg q\} \models p * q$, $\{\neg(p * q)\} \models p$ _____

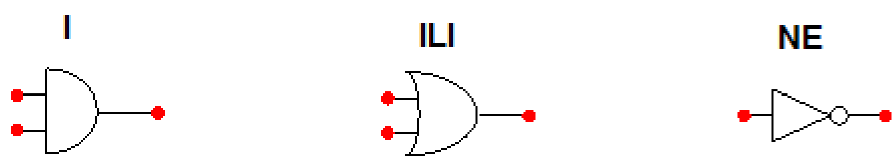
(d) $\{p * q\} \models p$, $\{\neg q\} \models p * q$ _____

(e) $\{\neg p\} \models p * q$, $\{\neg(p * q)\} \models \neg q$ _____

(5×3 boda = 15 bodova)

Zadatak 10.

Logika je osnovni instrument rada računala i sva računala te slični uređaji rade po logičkim principima. Logički veznici koje poznajete realizirani su kao fizički sklopovi, a simbolički su predočeni na sljedeći način:



Točke s lijeve strane sklopa predstavljaju ulaz u JEDNOSTAVNI LOGIČKI SKLOP dok točka s desne strane sklopa predstavlja izlaz. Ulazi i izlazi iz sklopa imaju vrijednosti 1 što predstavlja istinu i 0 što predstavlja neistinu. Crte predstavljaju žice koje povezuju više logičkih sklopova. Više povezanih jednostavnih logičkih sklopova čine MODUL.

Definicije sklopova:

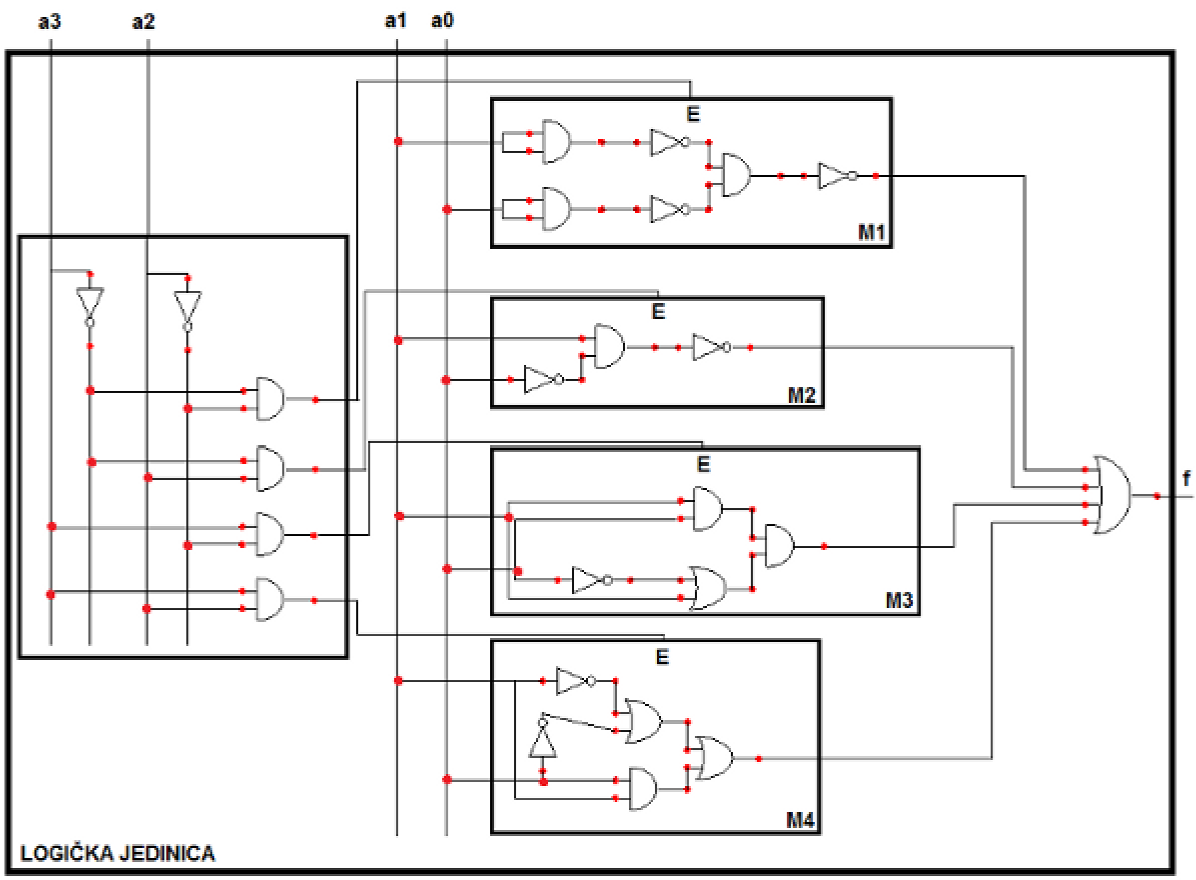
- I: $a \wedge b$
- ILI: $a \vee b$
- NE: $\neg a$

U nastavku je slika LOGIČKE JEDINICE (modula koji se nalazi u procesorima svih računala). Logička jedinica kao ulaz prima STROJNI KOD, koji ima sljedeći format:

$$a_3a_2a_1a_0 \text{ (npr. 1010).}$$

Prve dvije vrijednosti (a_3a_2) predstavljaju OPERACIJSKI KOD koji određuje koju će operaciju izvoditi logički modul. Posljednje dvije vrijednosti $(a_1 a_0)$ predstavljaju ARGUMENTE koje logička jedinica prima. Logička jedinica sastoji se od 4 modula M_1, M_2, M_3 i M_4 te lijevog, neoznačenog, koji šalje vrijednost na E-ulaz. Svaki modul ima ulaz za argumente i E-ulaz. Ukoliko E-ulaz dobije vrijednost 1 (istinu), tada modul RADI, u suprotnom modul NE RADI.

Proučite LOGIČKU JEDINICU te odgovorite na sljedeća pitanja upisujući odgovore na praznine:



a) `Ukoliko logička jedinica primi sljedeće strojne kodove, koju će vrijednost poprimiti izlaz` f `iz jedinice?`

(a) `1111:` _____

(b) `0110:` _____

(c) `0000:` _____

(d) `1010:` _____

b) `Nadopunite prazninu u strojnom kodu tako da primitkom toga strojnog koda izlaz` f `iz logičkog modula poprimi vrijednost 1.` 10____

(5×3 boda = 15 bodova)