ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ LOGIKE
RJEŠENJA

12. ožujka 2012.

BODOVI:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- KRIVO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

ZADATAK	BROJ BODOVA	MAX BODOVA
1.		15
2.		15
3.		21
4.		6
5.		21
6.		18
7.		18
8.		30
9.		15
10.		15
UKUPNO		**174**

Zadatak 1.

Uz standardne veznike $\{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \neg\}$ definirana su i dva nova veznika:

$$p \bullet q =_{def.} \neg(\neg p \vee q) \vee \neg(p \vee \neg q)$$

$$p \circ q =_{def.} \neg(\neg p \vee q)$$

Jesu li sljedeći iskazi tautologije s obzirom na klasične istinitosne tablice? Upišite 'DA' ili 'NE' na praznine.

a) $\neg(\neg(A \bullet A) \bullet \neg(B \bullet B))$ $\underline{\text{DA}}$

b) $\neg(((A \bullet A) \rightarrow ((B \circ B) \rightarrow C) \circ ((A \rightarrow A) \circ C)))$ $\underline{\text{NE}}$

c) $(\neg(A \bullet A) \circ \neg(A \bullet A)) \bullet ((B \bullet B) \circ \neg(A \circ A))$ $\underline{\text{NE}}$

d) $\neg A \rightarrow \neg((B \circ B) \circ (C \bullet A))$ $\underline{\text{DA}}$

e) $\neg(A \bullet A) \rightarrow (\neg((A \rightarrow (\neg A \rightarrow A)) \bullet \neg(A \circ (\neg A \rightarrow B))) \circ (B \bullet B))$ $\underline{\text{DA}}$

(5×3 boda = 15 bodova)

Zadatak 2.

Zadan je iskaz:

$$\boldsymbol{A} \equiv (\boldsymbol{R} \rightarrow \boldsymbol{P}) \rightarrow \{[\boldsymbol{Q} \rightarrow (\boldsymbol{S} \rightarrow \boldsymbol{P})] \rightarrow \neg(\neg \boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{R})\}$$

Iskaz A prikazan je sljedećom istinitosnom tablicom gdje i predstavlja istinu, a n neistinu.

	P	Q	R	S	A
1.	i	i	i	i	n
2.	i	i	i	n	n
3.	i	i	n	i	n
4.	i	i	n	n	i
5.	i	n	i	i	n
6.	i	n	i	n	n
7.	i	n	n	i	i
8.	i	n	n	n	n
9.	n	i	i	i	i
10.	n	i	i	n	i
11.	n	i	n	i	n
12.	n	i	n	n	n
13.	n	n	i	i	i
14.	n	n	i	n	i
15.	n	n	n	i	n
16.	n	n	n	n	i

Pronađite retke u tablici u kojima vrijednost iskaza A nije ispravno zapisana te upišite brojeve tih redaka na praznine.

Rješenje: 4, 7, 11, 12, 15

(5×3 boda = 15 bodova)

NAPOMENA: Zadatci **3** i **4** su povezani te je za rješavanje zadatka **4.** potrebno uzimati podatke iz zadatka broj **3**!

Zadatak 3.

Pravilno sastavljeni iskazi (u daljnjem tekstu skup svih pravilno sastavljenih iskaza označavamo s **PSI**, a kada govorimo da je P pravilno sastavljeni iskaz, pišemo $P \in \mathbf{PSI}$) u nekom jeziku $\mathcal{L}^{\otimes,\otimes',\otimes''}$ definirani su na sljedeći način:

(1) Iskazna slova A, B i C su **PSI**. U daljnjem tekstu označavamo ih redom $\oslash$, $\oslash'$, $\oslash''$.

(2) Ako je $P \in \mathbf{PSI}$, onda je i $\otimes P \in \mathbf{PSI}$,

(3) Ako su $P, Q \in \mathbf{PSI}$, onda je i $P \otimes' Q \in \mathbf{PSI}$,

(4) $\otimes''\oslash$, $\otimes''\oslash'$ i $\otimes''\oslash''$ su **PSI**,

(5) Ništa drugo nije **PSI** u $\mathcal{L}^{\otimes,\otimes',\otimes''}$.

Zagrade koristimo na uobičajeni način, kao i u iskaznoj logici.

Odredite koji je od sljedećih iskaza prema danoj definiciji **PSI**, a koji nije. Upišite 'DA' ili 'NE' na praznine.

(a) $\oslash \otimes' \otimes \oslash$ <u>DA</u>

(b) $\otimes(\oslash \otimes' \otimes \oslash')$ <u>DA</u>

(c) $\otimes''(\oslash \otimes' \otimes \otimes'' \oslash')$ <u>NE</u>

(d) $\oslash' \otimes' \otimes(\otimes \oslash \otimes'(\oslash \otimes' \otimes'' \otimes \oslash'))$<u>NE</u>

(e) $\oslash' \otimes' (\oslash \otimes' (\oslash \otimes' \otimes \oslash'))$ <u>DA</u>

(f) $\otimes'' \oslash \otimes'(\otimes \otimes \oslash \otimes' \oslash')$<u>DA</u>

(g) $(\oslash \otimes' \oslash') \otimes' \otimes''(\oslash'' \otimes' (\otimes \oslash' \otimes \oslash))$ <u>NE</u>

(7×3 boda = 21 bod)

Zadatak 4.

Za operatore $\otimes$, $\otimes'$ i $\otimes''$ dane su sljedeće istinosne tablice, gdje i predstavlja istinu, a n neistinu:

p	q	$p \otimes' q$
i	i	i
i	n	i
n	i	n
n	n	i

p	$\otimes p$
i	n
n	i

p	$\otimes'' p$
i	i
n	i

Na temelju istinosnih vrijednosti iz tablica od iskaza (**??**) iz zadatka broj **3**. napravite tautologiju u dva koraka. U prvome koraku u iskaz dodajte jedan binarni (dvomjesni) operator, a zatim u drugome koraku premjestite jedan unarni (jednomjesni) operator na drugo mjesto.

NAPOMENA: Dobiveni iskaz mora biti **PSI** prema definiciji **PSI**-a iz zadatka broj **3**.

(**??**) $(\oslash \otimes' \oslash') \otimes' \otimes''(\oslash'' \otimes' (\otimes \oslash' \otimes\oslash))$

(1.) $\underline{(\oslash \otimes' \oslash') \otimes' \otimes''(\oslash'' \otimes' (\otimes \oslash' \otimes' \otimes \oslash))}$

(2.) $\underline{(\otimes'' \oslash \otimes'\oslash') \otimes' (\oslash'' \otimes' (\otimes \oslash' \otimes' \otimes \oslash))}$

(2×3 boda = 6 bodova)

Zadatak 5.

Ljudi po svojoj prirodi mogu biti moralni. Nužno je da se ljudi koji prihvaćaju odgovornost prema drugim ljudskim i neljudskim bićima nađu u situaciji u kojoj preispituju svoja moralna načela. Onaj tko ne prihvaća odgovornost prema drugim ljudskim ili neljudskim bićima nikako ne može biti moralan.

Ako sljedeće rečenice slijede iz zadanoga teksta, zaokružite $\models$, ako su kontradiktorne s obzirom na tekst, zaokružite $\perp$, a ako za rečenicu ne vrijedi ni $\models$ ni $\perp$, zaokružite $\emptyset$.

a) Ljudi se ne mogu naći u situaciji u kojoj preispituju svoja moralna načela. $\models$ $\underline{\perp}$ $\emptyset$

b) Ljudi su nužno moralni. $\models$ $\perp$ $\underline{\emptyset}$

c) Ljudi nužno prihvaćaju odgovornost prema drugim ljudskim i neljudskim bićima. $\models$ $\perp$ $\underline{\emptyset}$

d) Moguće je da se ljudi koji su moralni nađu u situaciji u kojoj preispituju svoja moralna načela. $\underline{\models}$ $\perp$ $\emptyset$

e) Ljudi koji nisu moralni nikad ne preispituju svoja moralna načela. $\models$ $\perp$ $\underline{\emptyset}$

f) Moguće je da ljudi preispituju svoja moralna načela i da prihvaćaju odgovornost za ljudska i neljudska bića. $\underline{\models}$ $\perp$ $\emptyset$

g) Nemoguće je da su ljudi koji preispituju svoja moralna načela ujedno i moralni. $\models$ $\underline{\perp}$ $\emptyset$

(7×3 boda = 21 bod)

Zadatak 6.

U Dominijskom ratu sudjelovali su Federacija, Klingonsko Carstvo, Romulansko Zvjezdano Carstvo, Konfederacija Breena, Dominij te Kardasijska Unija. Romulanci su u rat ušli tek nakon što je u atentatu ubijen jedan njihov senator. Istražitelj Tal Shiara, Romulanske obavještajne službe, dobio je sljedeća izvješća od njihovih agenata u raznim dijelovima galaksije:

1.) Za ubojstvo nisu odgovorni Breeni ili nije odgovorna Federacija. Uz to, ako su bili odgovorni Kardasijanci, onda Dominij nije sudjelovao u atentatu.

2.) Federacija je sudjelovala u atentatu ako i samo ako su sudjelovali Kardasijanci. Također, Breeni su odgovorni za atentat ako i samo ako su za atentat odgovorni i Klingonci.

3.) Ako su Breeni odgovorni za atentat, onda su odgovorni i Klingonci ili Federacija.

4.) Za atentat su odgovorni Breeni te nije tako da su u atentatu sudjelovali Klingonci ili Federacija.

5.) Ako Federacija i Kardasija nisu sudjelovali u atentatu, onda nije slučaj da su Breeni sudjelovali samo ako su Klingonci sudjelovali.

Istražitelj je naknadno saznao da je jedan agent prebjegao te da je njegovo i samo njegovo izvješće bilo neistinito.

a) Koji agent je prebjeg? Na prazninu upišite redni broj izvješća koje je taj agent dao. 4.)

b) Za svaku od sudionica rata napišite, upisujući DA ili NE na praznine, je li sudjelovala u atentatu.

1.) Federacija DA
2.) Klingonsko Carstvo NE
3.) Konfederacija Breena NE
4.) Dominij NE
5.) Kardasijska Unija DA

(6×3 boda = 18 bodova)

Zadatak 7.

Koristeći se samo pravilom isključenja pogodbe (*modus ponens*) i sljedećim trima pretpostavkama dopunite sljedeći dokaz dijelovima iskaza koji nedostaju s lijeve strane i potpunim opravdanjima s desne strane. Sve nepotpune pretpostavke poprimaju jedan od sljedećih oblika:

a) A1 : $p \to (q \to p)$

b) A2 : $(p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$

c) A3 : $(\neg q \to \neg p) \to (p \to q)$

gdje su p, q i r proizvoljni iskazi, primjerice za $p \equiv C \wedge D$ i $q \equiv C \vee D$, A1 poprima oblik:

$$(C \wedge D) \to ((C \vee D) \to (C \wedge D))$$

Svaki korak u dokazu mora biti varijanta jedne od triju navedenih pretpostavki ili dobiven iz prethodnih koraka pravilom *modus ponens*.

NAPOMENA: Upotrijebite 'pretp. An' za označavanje pretpostavke gornje sheme iz koje je dobivena. Npr. ako je dobivena iz prve sheme, napišite A1.

1	$(L \to ((L \to L) \to L)) \to ((L \to (L \to L)) \to (L \to L))$	pretp. A2
2	$L \to ((L \to L) \to L)$	pretp. A1
3	$L \to (L \to L)$	pretp. A1
4	$(L \to (L \to L)) \to (L \to L)$	1. , 2. / i$\to$
5	$L \to L$	4. , 3. / i$\to$

(6×3 boda = 18 bodova)

Zadatak 8.

Definiciju valjanosti zaključka koju danas koristimo stvorili su filozofi megarsko-stoičke škole. Izmijenimo stoičku definiciju na sljedeći način:

> Zaključak s premisama $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ i konkluzijom k valjan je ako i samo ako je konjunkcija premisa ekvivalentna konkluziji, odnosno ako i samo ako je iskaz
>
> $$(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n) \leftrightarrow k$$
>
> tautologija.

Koje su od sljedećih tvrdnji istinite? Na praznine upišite 'DA' ako su istinite ili 'NE' ako su neistinite.

a) *Modus ponens* je prema "novoj" definiciji valjan oblik zaključka.
NE

b) Hipotetički je silogizam prema "novoj" definiciji valjan oblik zaključka.
NE

c) *Modus tollendo ponens* je prema "novoj" definiciji valjan oblik zaključka.
NE

d) Ako je $A \to B$ premisa zaključka, onda konkluzija $A \to (A \to B)$ s njom prema "novoj" definiciji čini valjan zaključak.
DA

e) Ako je $A \leftrightarrow (B \vee C)$ premisa zaključka, onda konkluzija $(A \wedge \neg B) \leftrightarrow C$ s njom prema "novoj" definiciji čini valjan zaključak.
<u>**NE**</u>

f) Ako je zaključak nevaljan po stoičkoj definiciji, onda je nevaljan i po "novoj" definiciji.
<u>**DA**</u>

g) Ako je zaključak valjan po stoičkoj definiciji, onda je valjan i po "novoj" definiciji.
<u>**NE**</u>

h) Dodavanjem novih premisa prema "novoj" definiciji valjanosti možemo uvijek iz nevaljanog dobiti valjan zaključak.
<u>**NE**</u>

i) Ako premise zaključka koji je valjan prema "novoj" definiciji čine zadovoljiv skup iskaza, onda premise i konkluzija toga zaključka također čine zadovoljiv skup iskaza.
<u>**DA**</u>

j) Svaki zaključak čije premise čine nezadovoljiv skup iskaza prema "novoj" je definiciji valjan.
<u>**NE**</u>

(10×3 boda = 30 bodova)

Zadatak 9.

Zadani su logički veznici $\{\neg, \wedge, \vee, \to, \leftrightarrow, |, \downarrow, \nrightarrow\}$, pri čemu veznike inkompatibilnosti $|$, binegacije $\downarrow$ i izravne nepogodbe $\nrightarrow$ definiramo na sljedeći način:

$$p \mid q \equiv_{def} \neg(p \wedge q),$$

$$p \downarrow q \equiv_{def} \neg(p \vee q),$$

$$p \nrightarrow q \equiv_{def} \neg(\neg p \vee q).$$

$\models$ je oznaka logičkog slijeda, tj. $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\} \models b$ znači da iz skupa iskaza $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ logički slijedi iskaz b, odnosno temeljem iskaza $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ možemo valjano zaključiti na b.
Na primjer $\{(p \wedge q)\} \models p$ znači da na temelju iskaza $p \wedge q$ možemo zaključiti na iskaz p.
Za sljedeće parove iskaza odredite kojim je veznikom od gore navedenih moguće zamijeniti zvjezdicu (*) kako bi vrijedila oba odnosa logičkoga slijeda koji čine par. Ukoliko ne odgovara nijedan veznik, na crtu upišite $\emptyset$.

(a) $\{\neg(p * q)\} \models \neg p$, $\{q\} \models p * q$ $\underline{\vee}$

(b) $\{p * q\} \models p$, $\{q\} \models \neg(p * q)$ $\underline{\nrightarrow}$

(c) $\{\neg q\} \models p * q$, $\{\neg(p * q)\} \models p$ $\underline{|}$

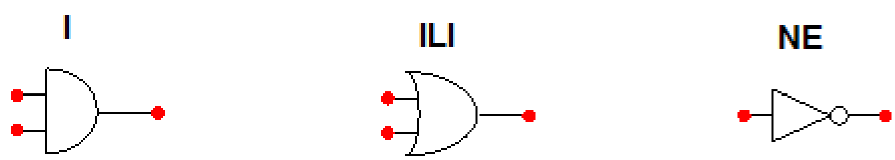
(d) $\{p * q\} \models p$, $\{\neg q\} \models p * q$ $\underline{\emptyset}$

(e) $\{\neg p\} \models p * q$, $\{\neg(p * q)\} \models \neg q$ $\underline{\to}$

(5×3 boda = 15 bodova)

Zadatak 10.

Logika je osnovni instrument rada računala i sva računala te slični uređaji rade po logičkim principima. Logički veznici koje poznajete realizirani su kao fizički sklopovi, a simbolički su predočeni na sljedeći način:



Točke s lijeve strane sklopa predstavljaju ulaz u JEDNOSTAVNI LOGIČKI SKLOP dok točka s desne strane sklopa predstavlja izlaz. Ulazi i izlazi iz sklopa imaju vrijednosti 1 što predstavlja istinu i 0 što predstavlja neistinu. Crte predstavljaju žice koje povezuju više logičkih sklopova. Više povezanih jednostavnih logičkih sklopova čine MODUL.

Definicije sklopova:

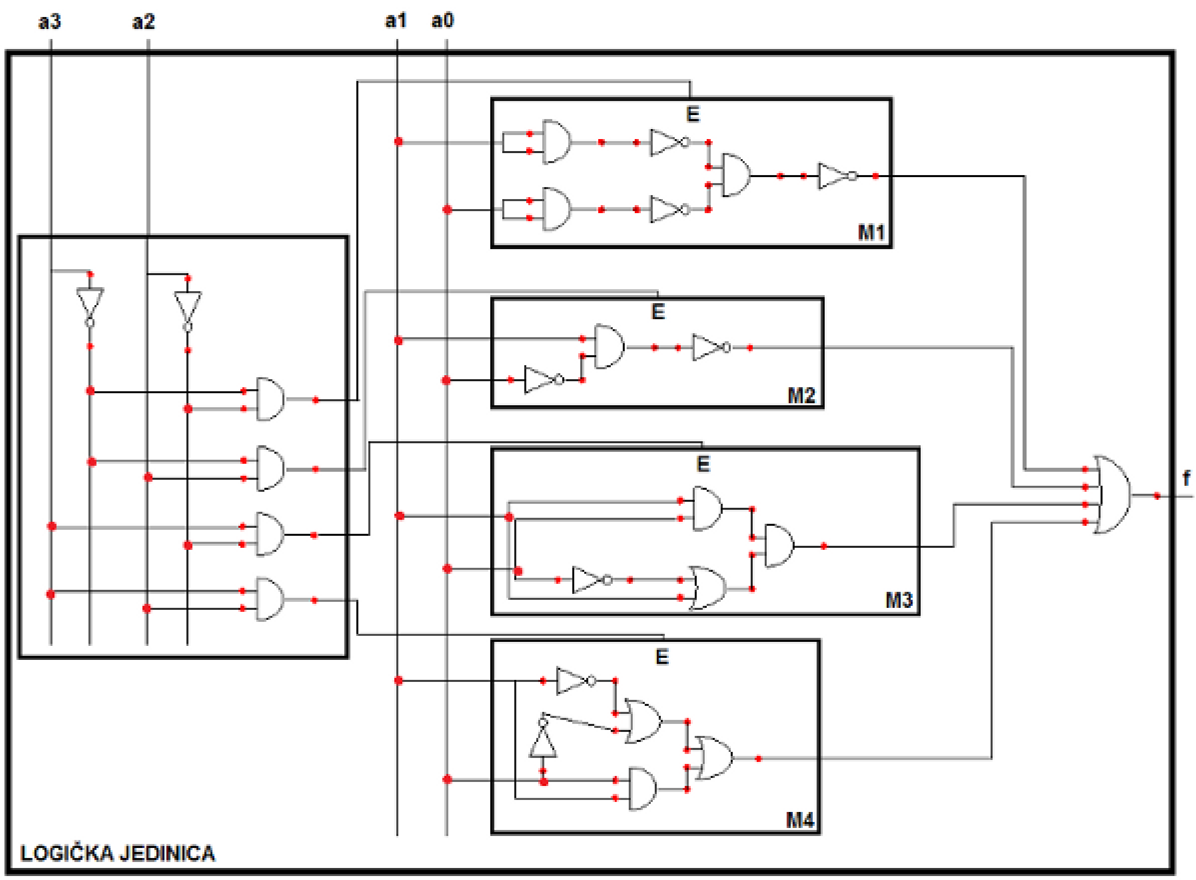
- I: $a \wedge b$
- ILI: $a \vee b$
- NE: $\neg a$

U nastavku je slika LOGIČKE JEDINICE (modula koji se nalazi u procesorima svih računala). Logička jedinica kao ulaz prima STROJNI KOD, koji ima sljedeći format:

$$a_3a_2a_1a_0 \text{ (npr. 1010).}$$

Prve dvije vrijednosti (a_3a_2) predstavljaju OPERACIJSKI KOD koji određuje koju će operaciju izvoditi logički modul. Posljednje dvije vrijednosti $(a_1 a_0)$ predstavljaju ARGUMENTE koje logička jedinica prima. Logička jedinica sastoji se od 4 modula M_1, M_2, M_3 i M_4 te lijevog, neoznačenog, koji šalje vrijednost na E-ulaz. Svaki modul ima ulaz za argumente i E-ulaz. Ukoliko E-ulaz dobije vrijednost 1 (istinu), tada modul RADI, u suprotnom modul NE RADI.

Proučite LOGIČKU JEDINICU te odgovorite na sljedeća pitanja upisujući odgovore na praznine:



a) `Ukoliko logička jedinica primi sljedeće strojne kodove, koju će vrijednost poprimiti izlaz` f `iz jedinice?`

   (a) `1111`: <u>1</u>
   (b) `0110`: <u>0</u>
   (c) `0000`: <u>0</u>
   (d) `1010`: <u>0</u>

b) `Nadopunite prazninu u strojnom kodu tako da primitkom toga strojnog koda izlaz` f `iz logičkog modula poprimi vrijednost 1.` <u>1011</u>

(5×3 boda = 15 bodova)