ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ LOGIKE

6. ožujka 2023.

BODOVI*:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- POGREŠNO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

ZADATAK	BROJ BODOVA	MAKS. BODOVA
1.		81
2.		48
3.		27
UKUPNO		**156**

Vrijeme rješavanja testa: 120 minuta

Zadatak 1.

Gospodin Blobby zamislio je tri formule logike sudova (iskazne logike, propozicionalne logike), te potom zapisao svoje zaključke u vezi s tim formulama. Kako bi uštedio prostor, odlučio je grupirati zaključke koji se razlikuju samo u konkluziji. Osim toga, kako bi dodatno uštedio prostor, odlučio je u svojemu tekstu neke pojave tih formula zamijeniti kraticama (imenima): X, Y i Z.

Kako gospodin Blobby nije sasvim siguran u svoje zaključke, na tebi je da mu pomogneš odrediti koji su doista valjani. Nažalost, zaboravio ti je dati papirić na kojemu je zapisao kako točno izgledaju formule koje je imenovao X, Y i Z. Ipak, neki od zaključaka gospodina Blobbyja vrijede ili ne vrijede neovisno o tome kako te formule doista izgledaju. Za pojedini zaključak, ako je dano dovoljno informacija da se utvrdi da je zaključak valjan, zaokruži **DA**. Ako je dano dovoljno informacija da se utvrdi da zaključak nije valjan, zaokruži **NE**. Ako nije dano dovoljno informacija za utvrđivanje da zaključak jest odnosno nije valjan, zaokruži /.

Napomene: Simboli P i Q u donjim su zaključcima atomarni sudovi (propozicionalne varijable, jednostavni iskazi) koji su, naravno, međusobno različiti. Nije poznato jesu li ti atomarni sudovi dio formula X, Y i Z. U kontekstu formula u logici sudova, termin *ispunjiva* istoznačan je sa *zadovoljiva*, a *nevaljana* s *oboriva*.

Prva grupa zaključaka
Premisa: Formula $(X) \lor (Y)$ je kontradikcija.
Konkluzije:

a) Formula $(X) \leftrightarrow \neg(Y)$ je tautologija. DA NE /

b) Formula $(X) \leftrightarrow \neg(Y)$ je ispunjiva. DA NE /

c) Formula $(X) \leftrightarrow \neg(Y)$ je nevaljana. DA NE /

d) Formula $(X) \leftrightarrow \neg(Y)$ je kontradikcija. DA NE /

Druga grupa zaključaka
Premisa: Formula (X) je ispunjiva, a formula (Y) nevaljana.
Konkluzije:

a) Formula $(X) \to (Y)$ je tautologija. DA NE /

b) Formula $(X) \to (Y)$ je ispunjiva. DA NE /

c) Formula $(X) \to (Y)$ je nevaljana. DA NE /

d) Formula $(X) \to (Y)$ je kontradikcija. DA NE /

Treća grupa zaključaka
Premisa: Formula $(X) \land \neg P$ je kontradikcija.
Konkluzije:

a) Formula $(X) \to P$ je tautologija. DA NE /

b) Formula $(X) \to P$ je ispunjiva. DA NE /

Četvrta grupa zaključaka
Premise: Formula $(X) \land P$ je ispunjiva, a formula $(X) \to (Y)$ je valjana.
Konkluzije:

a) Formula $(Y) \land P$ je ispunjiva. DA NE /

b) Formula $(Y) \land \neg P$ je nevaljana. DA NE /

c) Formula $(Y) \land \neg P$ je kontradikcija. DA NE /

Peta grupa zaključaka
Premisa: Formula $(X) \to (P \wedge Q)$ je valjana ako i samo ako je formula $(X) \to (P \vee Q)$ ispunjiva.
Konkluzije:

a) Formula $(X) \wedge \neg P$ je tautologija. DA NE /

b) Formula $(X) \wedge \neg P$ je ispunjiva. DA NE /

c) Formula $(X) \wedge \neg P$ je nevaljana. DA NE /

d) Formula $(X) \wedge \neg P$ je kontradikcija. DA NE /

Šesta grupa zaključaka
Premisa: Formula $(P \vee (X)) \to (P \wedge Q)$ je valjana.
Konkluzije:

a) Formula $(X) \wedge \neg P$ je ispunjiva. DA NE /

b) Formula $(X) \wedge \neg P$ je nevaljana. DA NE /

Sedma grupa zaključaka
Premisa: Formula $((X) \wedge P) \leftrightarrow ((Y) \wedge \neg P)$ je valjana.
Konkluzije:

a) Formula $(X) \vee (Y)$ je ispunjiva. DA NE /

b) Formula $(X) \vee (Y)$ je valjana. DA NE /

Osma grupa zaključaka
Premise: Formula $(X) \to P$ je valjana, ili je valjana formula $(X) \to \neg P$. No, formula $(X) \to (Y)$ nije valjana.
Konkluzije:

a) Formula $Q \to (X)$ je kontradikcija ako je formula $Q \to P$ valjana. DA NE /

b) Ako su formule $(Z) \to (X)$ i $(Z) \to (Y)$ valjane, onda niti je $P \to (Z)$ valjana, niti je $\neg P \to (Z)$ valjana. DA NE /

Deveta grupa zaključaka
Premisa: Formule $(X) \wedge (Y)$, $(X) \wedge (Z)$ te $(Y) \wedge (Z)$ sve su ispunjive, a formula $(X) \vee (Y) \vee (Z)$ je valjana.
Konkluzije:

a) Najmanje je jedna valjana formula među formulama $(X) \wedge (Y)$, $(X) \wedge (Z)$ te $(Y) \wedge (Z)$. DA NE /

b) Najmanje je jedna valjana formula među formulama $(X) \to (Y)$, $(Y) \to (X)$, $(X) \to (Z)$, $(Z) \to (X)$, $(Y) \to (Z)$ te $(Z) \to (Y)$. DA NE /

c) Formula $(X) \wedge (Y) \wedge (Z)$ je ispunjiva. DA NE /

d) Formula $(X) \wedge (Y) \wedge (Z)$ je valjana. DA NE /

(27×3 boda = 81 bod)

Zadatak 2.

Na sastanku si s gospodinom Blobbyjem, koji nije nimalo zadovoljan tvojom implikacijom da se ne snalazi u logici. Kako bi mu objasnio/la zašto je u krivu, odlučio/la si mu napisati dedukciju u kojoj su premise vjerovanja gospodina Blobbyja, a konkluzija formula $\perp$. Prije nego započneš dedukciju, želiš s gospodinom Blobbyjem provjeriti što on doista vjeruje: za svaku potencijalnu premisu postavljaš pitanje vjeruje li u nju (u tome slučaju dodaješ tu premisu), ili njezinu negaciju (u tome slučaju dodaješ negaciju te premise, dobivenu dodavanjem veznika $\neg$ ispred formule). U žaru rasprave, gospodin Blobby je na ova pitanja odgovarao uzvikivanjem svojega imena, *Blobby!* za "Vjerujem!", a *Blobby Blobby!* za "Vjerujem u negaciju!". Ili je ipak obratno? U svakome slučaju, jedan od ta dva odgovora uvijek znači "Vjerujem!", a drugi "Vjerujem u negaciju!".

U lijevoj dedukciji koristi se interpretacijom u kojoj *Blobby!* znači "Vjerujem!", a u desnoj interpretacijom u kojoj *Blobby!* znači "Vjerujem u negaciju!". U slučaju da pojedina dedukcija nije moguća jer njezine premise ne dovode do kontradikcije, ne trebaš je ispunjavati (ni premise); umjesto toga je prekriži. Sve premise dedukcija moraju strukturno odgovarati izgovorenim rečenicama (održan poredak disjunkata u disjunkcijama i jedan gramatički veznik za jedan logički veznik, uz eventualnu dodanu negaciju na početku formule), nije dovoljno da je riječ o logički ekvivalentnoj formalizaciji. Prekriži ili dopuni izvode formulama i potpunim opravdanjima koja nedostaju. Kako postoje različite konvencije oko detalja u prirodnoj dedukciji, dobro prouči pravila u prilogu (na posljednjim stranicama testa).

Konverzacija:

- *Ti*: Vjeruješ li da je "razumno odustati ili treba kvantificirati ulaze, samo ako je situacija složena"?
- *Gospodin Blobby*: **Blobby!**
- *Ti*: Vjeruješ li da je "potrebno predznanje, samo ako treba kvantificirati ulaze ili je situacija složena"?
- *Gospodin Blobby*: **Blobby Blobby!**
- *Ti*: Vjeruješ li da "treba kvantificirati ulaze ako je potrebno predznanje"?
- *Gospodin Blobby*: **Blobby!**

Koristi sljedeći prijevod:

- $P \ldots$ Potrebno je predznanje.
- $Q \ldots$ Treba kvantificirati ulaze.
- $R \ldots$ Razumno je odustati.
- $S \ldots$ Situacija je složena.

Predlošci dedukcija nalaze se na sljedećoj stranici.

1		pretp.
2		pretp.
3		pretp.
4		
5		
6		
7		
8	$\perp$	

1		pretp.
2		pretp.
3		pretp.
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16	$\perp$	

Bodovanje: svaki potpuno točno ispunjen redak (zajedno s potpunim opravdanjem) nosi 2 boda, nepromijenjen 1 bod, inače 0 bodova. U slučaju da dedukciju treba prekrižiti, prekrižena dedukcija smatra se potpuno točnim ispunjenjem svih redaka te dedukcije.

U slučaju da je greškom prekrižena dedukcija koja je istodobno dijelom i ispunjena, bodovat će se rješenje (formule i opravdanja ili križanje) za koje naznačiš da želiš da se boduje, a preostalo rješenje (križanje, ili formule i opravdanja) neće utjecati na bodove. Ako u tome slučaju ništa ne naznačiš, smatrat će se da si dedukciju ostavio/la praznom.

(24×2 boda = 48 bodova)

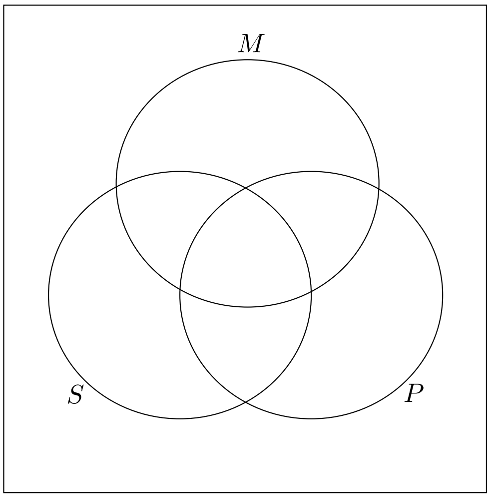
Zadatak 3.

U maksimalan broj područja Vennova dijagrama unesi simbole, križiće ili sjenčanja, a da pritom interpretacija dobivenoga dijagrama slijedi iz dane formule. Koristi se sljedećim (uobičajenim) prijevodom:

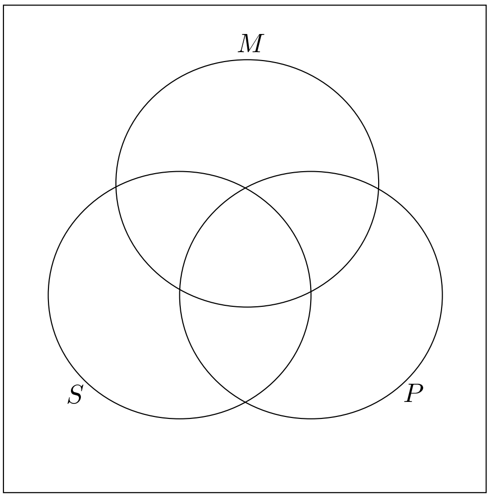
- $Sx \ldots$ x pripada opsegu pojma S.
- $Px \ldots$ x pripada opsegu pojma P.
- $Mx \ldots$ x pripada opsegu pojma M.

Napomena: Nemoj se koristiti simbolom crte koji se katkad koristi za oznaku nepraznosti unije područja. Križići također ne smiju prelaziti granice područja.

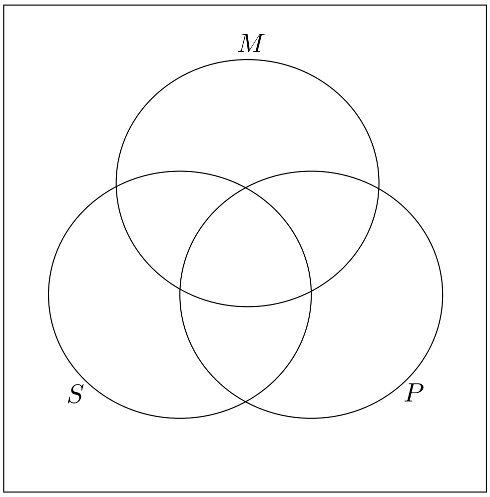
a) $\forall x((Sx \to Mx) \lor (Px \to Mx))$



b) $\forall x((Sx \leftrightarrow \neg Px) \lor Mx)$



c) $\exists x Sx \to \forall x Px$



Bodovanje: Svaki potpuno točno ispunjen dijagram nosi 9 bodova, nepromijenjen 3 boda, inače 0 bodova.

(3×9 boda = 27 bodova)

PRILOG: Dopuštena pravila prirodne dedukcije

- Dedukcija može biti izvod ili dokaz. Izvod počinje jednom ili više (glavnih) premisa odvojenih od ostatka izvoda vodoravnom crtom. Dokaz nema (glavnih) premisa, što povlači da dokaz mora započeti podizvodom.
- Opravdanja se sastoje od tri podatka: simbol veznika, slovo `u` ili `i` (za uvođenje/isključenje), te jedan ili više brojeva ili brojevnih raspona. Ta tri podatka mogu biti odijeljena razmakom, zarezom, kosom crtom ili kako drugačije. Poredak tih triju podatka proizvoljan je (to ne znači da je poredak brojeva proizvoljan). Iznimno, reiteraicija (opetovanje) ne sadržava slovo `u` ili `i`.
- Kod nekih je pravila poredak premisa iz kojih slijede proizvoljan, što je signalizirano **zvjezdicom**. Kod takvih se pravila iznimno dopušta i proizvoljan poredak u zapisu brojeva u opravdanju. Primjerice, kod uvođenja konjunkcije, redak rednoga broja k mogao se pojaviti prije retka rednoga broja j, a u opravdanju je u oba slučaja moglo pisati $\wedge u, j, k$ ili $\wedge u, k, j$. U sva četiri slučaja, pravilo zovemo ∧u.
- Tri točkice signaliziraju da su na njihovu mjestu možda još neki redci osim upisanih.

Uvođenje konjunkcije. *

j	A	
	$\vdots$	
k	B	
	$\vdots$	
	$A \wedge B$	∧u, j, k

Uvođenje disjunkcije.

j	A	
	$\vdots$	
	$A \vee B$	∨u, j

j	B	
	$\vdots$	
	$A \vee B$	∨u, j

Uvođenje kondicionala.

j	│ A	pretp.
	│ $\vdots$	
k	│ B	
	$A \to B$	→u, j–k

Uvođenje bikondicionala.

j	│ A	pretp.
	│ $\vdots$	
k	│ B	
m	│ B	pretp.
	│ $\vdots$	
n	│ A	
	$A \leftrightarrow B$	↔u, j–k, m–n

Uvođenje kontradikcije. *

j	A	
	$\vdots$	
k	$\neg A$	
	$\vdots$	
	$\bot$	⊥u, j, k

Uvođenje negacije.

j	│ A	pretp.
	│ $\vdots$	
k	│ $\bot$	
	$\neg A$	¬u, j–k

Isključenje konjunkcije.

j	$A \wedge B$	
	$\vdots$	
	A	∧i, j

j	$A \wedge B$	
	$\vdots$	
	B	∧i, j

Isključenje disjunkcije.

e	$A \vee B$	
	$\vdots$	
j	│ A	pretp.
	│ $\vdots$	
k	│ C	
m	│ B	pretp.
	│ $\vdots$	
n	│ C	
	C	∨i, e, j–k, m–n

Isključenje kondicionala. *

j	$A \to B$	
	$\vdots$	
k	A	
	$\vdots$	
	B	→i, j, k

Isključenje bikondicionala. *

j	$A \leftrightarrow B$	
	$\vdots$	
k	A	
	$\vdots$	
	B	↔i, j, k

j	$A \leftrightarrow B$	
	$\vdots$	
k	B	
	$\vdots$	
	A	↔i, j, k

Isključenje kontradikcije.

j	$\bot$	
	$\vdots$	
	A	⊥i, j

Isključenje negacije.

j	$\neg\neg A$	
	$\vdots$	
	A	¬i, j

Reiteracija (opetovanje).

j	A	
	$\vdots$	
	A	re., j (ili op., j)