ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ LOGIKE 2023.—RJEŠENJA

Zadatak 1.

Rješenja (redni broj je grupa zaključaka):

1. NE, NE, DA, DA. Pojašnjenje: iz premise slijedi da su obje formule kontradikcije, što znači da su međusobno ekvivalentne, pa je dani bikondicional kontradikcija.
2. /, /, /, /.
3. DA, DA.
4. DA, DA, /.
5. NE, NE, DA, DA. Pojašnjenje: Formula $P \vee Q$ je ispunjiva, pa je formula $(X) \to (P \wedge Q)$ valjana, stoga je i $(X) \to P$ valjana formula.
6. DA, DA. Pojašnjenje: premisa je kontradikcija (dana formula nije valjana ni za jednu formulu X), pa svaka konkluzija slijedi.
7. /, /. Pojašnjenje: pretpostavimo da X imenuje $\neg P$, a Y imenuje P. Tada su obje konkluzije istinite. S druge strane, ako oba simbola imenuju formulu $P \wedge \neg P$, obje su konkluzije neistinite.
8. DA, DA. Pojašnjenje: za a) konkluzija je isprazno istinita jer formula $Q \to P$ nije valjana. Za b) pretpostavimo da konkluzija nije istinita za istinite premise. Tada su formule $(Z) \to (X)$ i $(Z) \to (Y)$ valjane, i (bez smanjenja općenitosti možemo pretpostaviti) formula $P \to (Z)$ je valjana. Iz prve premise tada slijedi da je $(X) \to P$ valjana (inače je $P \to \neg P$ valjana, što nije). Dakle, valjane su formule: $(X) \to P$, $P \to (Z)$ i $(Z) \to (X)$. To znači da su X, Z i P međusobno ekvivalentne formule. No, formula $(X) \to (Y)$ nije valjana, a $(Z) \to (Y)$ jest.
9. /, /, /, /. Pojašnjenje: pretpostavimo da X, Y i Z imenuju formulu $P \vee \neg P$. U tome su slučaju sve četiri konkluzije istinite. S druge strane, ako X imenuje $P \vee Q$, Y imenuje $\neg P \vee \neg Q$, a Z imenuje $P \leftrightarrow Q$, tada su sve četiri konkluzije neistinite.

Zadatak 2.

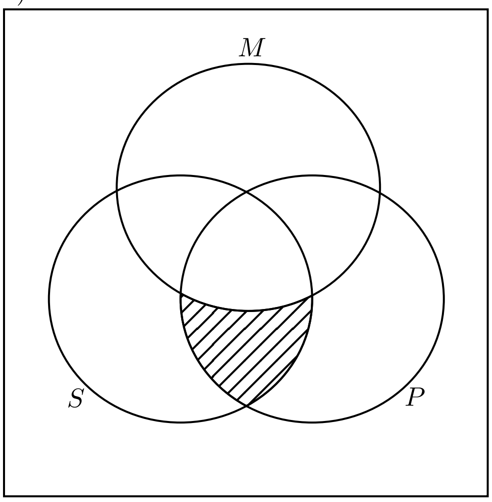
1	$(R \vee Q) \to S$	pretp.
2	$\neg(P \to (Q \vee S))$	pretp.
3	$P \to Q$	pretp.
4	$\quad P$	pretp.
5	$\quad Q$	$\to$i, 3, 4
6	$\quad Q \vee S$	$\vee$u, 5
7	$P \to (Q \vee S)$	$\to$u, 4–6
8	$\bot$	$\bot$u, 7, 2

1	$\neg((R \lor Q) \to S)$	pretp.
2	$P \to (Q \lor S)$	pretp.
3	$\neg(P \to Q)$	pretp.
4	P	pretp.
5	$Q \lor S$	$\to$i, 2, 4
6	Q	pretp.
7	Q	op., 6
8	S	pretp.
9	$R \lor Q$	pretp.
10	S	op., 8
11	$(R \lor Q) \to S$	$\to$u, 9–10
12	$\perp$	$\perp$u, 11, 1
13	Q	$\perp$i, 12
14	Q	$\lor$i, 5, 6–7, 8–13
15	$P \to Q$	$\to$u, 4–14
16	$\perp$	$\perp$u, 15, 3

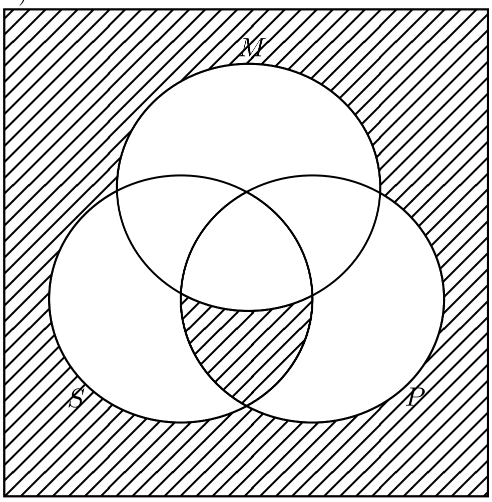
Bodovanje je opisano u zadatku. Prekrižena dedukcija nosi nula bodova (za tu dedukciju, ne utječe na bodove za preostalu dedukciju). Treba priznati i rješenja koja imaju identične premise, ali je poredak drukčiji. U tome slučaju, brojevi koji se pojavljuju u opravdanjima trebaju biti konzistentno promijenjeni tako da referiraju na iste premise (iako u drugim redcima) kao u službenome rješenju.

Zadatak 3.

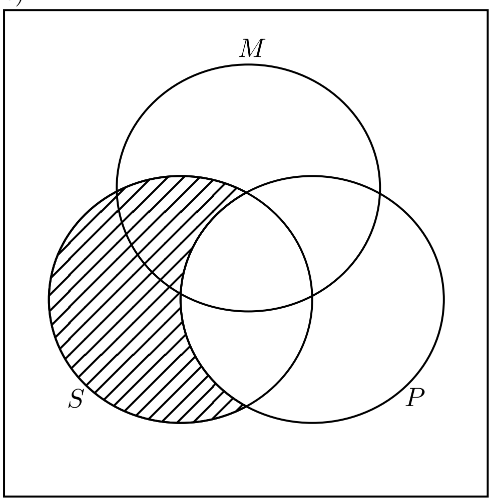
a)



b)



c)



Objašnjenje rješenja za c)
Ako ne vrijedi $\exists x Sx$ (što je konzistentno sa zadanom formulom), područja izvan pojma S na dijagramu mogu biti prazna i mogu biti neprazna (osim što barem jedno mora biti neprazno), pa se o njima ništa ne može reći. Stoga je dovoljno provjeriti četiri područja unutar kruga S.
Ako postoji nešto u S, a izvan P, zadana formula ne vrijedi, pa je to područje (dio kruga S izvan kruga P) sigurno prazno.
Preostaje provjeriti dva područja u presjeku krugova S i P. Ako su oba prazna, to je konzistentno sa zadanom formulom neovisno o ostalim područjima. Ako su oba neprazna, to je konzistentno sa zadanom formulom u situaciji u kojoj vrijedi $\forall x Px$. Dakle, o ova preostala dva područja ne možemo ništa reći.