ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ LOGIKE

5. ožujka 2021.

BODOVI*:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- KRIVO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

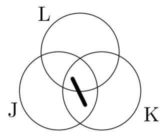
ZADATAK	**BROJ BODOVA**	**MAX BODOVA**
1.		21
2.		30
3.		60
4.		60
UKUPNO		**171**

Vrijeme rješavanja testa: 100 minuta

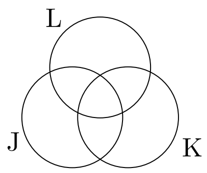
Zadatak 1.

U svakom podzadatku ucrtajte premise zaključka na dijagram (**samo** premise) te odredite je li zaključak valjan (bez ucrtavanja protuprimjera u slučaju da zaključak nije valjan). Sudovi su izraženi u uobičajenoj notaciji za kategoričke sudove. Napomene:

- Koristite suvremeno shvaćanje kategoričkih sudova, tj. iz istinitosti univerzalnog suda ne slijedi postojanje barem jednog predmeta u opsegu subjekta suda.
- Ako znate za konvenciju o nepraznosti domene ili predmetnog područja, nemojte ucrtavati njene posljedice na dijagram. Ta konvencija ne utječe na valjanost zaključaka u ovom zadatku.
- Za oznaku nepraznosti pojedinog područja koristite simbol "×"; za oznaku nepraznosti barem jednog među više područja—provucite crtu kroz područja o kojima se radi; a za praznost područja koristite sjenčanje ili iscrtavanje/precrtavanje. Primjerice, ako je presjek opsega pojmova J i K neprazan, to bismo označili na sljedeći način:



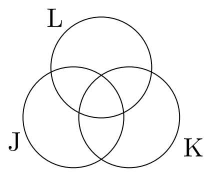
a)



JaK
$\underline{KaL}$
JaL

Valjan: **DA** / **NE**

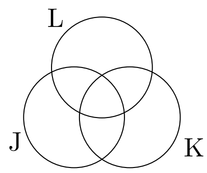
b)



LeJ
$\underline{KeJ}$
KeL

Valjan: **DA** / **NE**

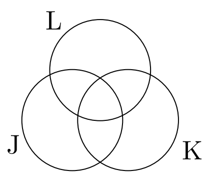
c)



JaK
$\underline{LeK}$
JeL

Valjan: **DA** / **NE**

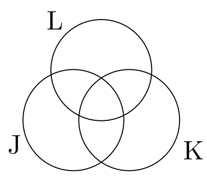
d)



JeK
$\underline{KoL}$
LiL

Valjan: **DA** / **NE**

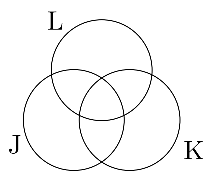
e)



KeJ
$\underline{LoK}$
LoL

Valjan: **DA** / **NE**

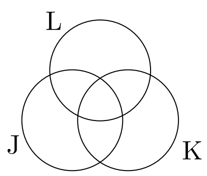
f)



KaJ
$\underline{JaK}$
LaL

Valjan: **DA** / **NE**

g)



KoJ
$\underline{LeJ}$
KiK

Valjan: **DA** / **NE**

(7×3 boda = 21 bod)

Zadatak 2.

U ovom zadatku termin "formula" odnosi se na formule (iskaze, sudove) logike sudova. Zaokružite **I** ako je tvrdnja istinita, a **N** ako tvrdnja nije istinita.

a) Postoje neke ispunjive (zadovoljive) formule X i Y takve da je formula oblika $(X) \vee (Y)$ valjana. **I N**

b) Postoje neke ispunjive formule X i Y takve da je formula oblika $(X) \wedge (Y)$ valjana. **I N**

c) Postoje neke ispunjive formule X i Y takve da je formula oblika $(X) \wedge (Y)$ kontradikcija. **I N**

d) Postoje neke nevaljane (oborive) formule X i Y takve da je formula oblika $(X) \vee (Y)$ valjana. **I N**

e) Postoje neke nevaljane (oborive) formule X i Y takve da je formula oblika $(X) \wedge (Y)$ ispunjiva. **I N**

f) Postoje neke valjane formule X i Y takve da je formula oblika $(X) \wedge (Y)$ oboriva. **I N**

g) Postoji neka valjana formula X i neka ispunjiva formula Y takve da je formula oblika $(X) \wedge (Y)$ valjana. **I N**

h) Postoji neka valjana formula X i neka oboriva formula Y takve da je formula oblika $(X) \wedge (Y)$ kontradikcija. **I N**

i) Postoji neka oboriva formula X i neka ispunjiva formula Y takve da je formula oblika $(X) \to (Y)$ valjana. **I N**

j) Postoji neka oboriva formula X i neka ispunjiva formula Y takve da je formula oblika $(X) \to (Y)$ kontradikcija. **I N**

(10×3 boda = 30 bodova)

Zadatak 3.

Dopunite sljedeći izvod formulama i potpunim opravdanjima koja nedostaju. Kako postoje različite konvencije oko detalja u prirodnoj dedukciji, dobro proučite pravila u prilogu (na posljednjim stranicama testa).

1	$(A \wedge B) \to ((C \wedge D) \to (E \vee F))$	pretp.
2		pretp.
3		pretp.
4		pretp.
5		________
6		________
7		________
8		________
9	D	________
10		________
11		________
12		pretp.
13		________
14		pretp.
15		________
16		________
17		________
18		________
19		________
20		________
21	$C \to (((A \wedge D) \wedge \neg F) \to (B \to E))$	________

Bodovanje: boduju se redci u kojima nešto treba napisati. Svaki potpuno točno ispunjen redak nosi 3 boda, nepromijenjen 1 bod, inače 0 bodova.

(20×3 boda = 60 bodova)

Zadatak 4.

Imamo šest uređaja (u_1, u_2, ..., u_6), svaki od kojih sadržava tri lampice (zelenu, žutu i crvenu). Znamo da je zelena lampica upaljena na u_1 i u_2, a ugašena na u_4. Svaki uređaj može biti spojen na bilo koji uređaj, registrirati stanje uređaja na koji je spojen (tj. prepoznati koje su lampice na njem upaljene, a koje ugašene) i na temelju toga mijenjati svoje stanje (tj. paliti ili gasiti svoje lampice). Ako je u_i spojen na u_j, kažemo da je uređaj u_j dostupan uređaju u_i. Uređaju u_1 nije dostupan nijedan uređaj; u_2 ima dostupne u_1, u_2 i u_5; u_3 ima dostupne u_1 i u_2; u_4 ima dostupne u_1 i u_2; u_5 ima dostupne u_1, u_2, u_3 i u_4; uređaju u_6 dostupni su u_1 i u_4. Za svaki uređaj vrijedi da (1) ima upaljenu žutu lampicu akko svaki njemu dostupan uređaj ima upaljenu zelenu lampicu i (2) ima upaljenu crvenu lampicu akko svaki njemu dostupan uređaj ima upaljenu žutu lampicu ili svaki njemu dostupan uređaj ima upaljenu zelenu lampicu. U zadatku se pretpostavlja suvremeno shvaćanje istinitosti općih (univerzalnih) sudova.

a) Neka je P_i istinito akko u_i ima upaljenu zelenu lampicu; neka je Q_i istinito akko u_i ima upaljenu žutu lampicu; neka je R_i istinito akko u_i ima upaljenu crvenu lampicu. U naznačena mjesta upišite jesu li sljedeći iskazi istiniti (I), neistiniti (N) ili se njihova istinitosna vrijednost ne može utvrditi na temelju informacija koje imate (?):

1. $(P_1 \to Q_1) \to R_1$ ________
2. $((P_1 \to Q_2) \to R_3) \to P_4$ ________
3. $(P_5 \leftrightarrow R_5) \leftrightarrow Q_2$ ________
4. $(P_5 \leftrightarrow R_5) \leftrightarrow (Q_2 \leftrightarrow R_2)$ ________
5. $\neg((P_5 \leftrightarrow \neg Q_2) \leftrightarrow (\neg R_5 \leftrightarrow R_2))$ ________
6. $(R_6 \to P_6) \to (R_3 \to P_3)$ ________
7. $(R_6 \to P_6) \to (R_5 \to P_5)$ ________
8. $((((P_1 \to \neg P_2) \to P_3) \to \neg P_4) \to P_5) \to \neg P_6$ ________
9. $P_1 \to (\neg P_2 \to (P_3 \to (\neg P_4 \to (P_5 \to \neg P_6))))$ ________
10. $\neg R_2 \to (\neg Q_2 \to (R_2 \to (Q_2 \to (\neg R_2 \to \neg Q_2))))$ ________

(10×3 boda = 30 bodova)

b) Neka je jezik $\mathcal{L}$ poput jezika iskazne logike, ali koji sadržava samo tri iskazna slova (P, Q i R) i kojemu je dodan simbol $\Diamond$ i njemu odgovarajuće pravilo za tvorbu iskaza: ako je ϕ iskaz jezika $\mathcal{L}$, onda je i $\Diamond\phi$ iskaz jezika $\mathcal{L}$. Za iskaz $P/Q/R$ kažemo da je istinit o uređaju u_i akko je na u_i upaljena zelena/žuta/crvena lampica. Poveznici neka se ponašaju na uobičajen način. Primjerice, iskaz $\phi \wedge \psi$ istinit je o u_i akko su i ϕ i ψ istiniti o u_i. Iskaz $\Diamond\phi$ istinit je o u_i akko je iskaz ϕ istinit o barem jednom u_j koji je dostupan uređaju u_i. U naznačena mjesta navedite sve uređaje (dovoljno je upisati njihov redni broj) za koje se na temelju danih informacija može utvrditi da je o njima navedeni iskaz jezika $\mathcal{L}$ istinit. Ako se ni za jedan uređaj ne može utvrditi da je za nj iskaz u pitanju istinit, upišite 0.

1. $R \to Q$ ____________________

2. $Q \to R$ ____________________

3. $\Diamond(P \wedge Q)$ ____________________

4. $\neg\Diamond P \wedge \neg P$ ____________________

5. $\Diamond(Q \to R)$ ____________________

6. $\neg\Diamond\neg(Q \to R)$ ____________________

7. $\neg\Diamond(Q \leftrightarrow R)$ ____________________

8. $\neg\Diamond\neg(Q \leftrightarrow R)$ ____________________

9. $\Diamond\Diamond(P \to R) \to P$ ____________________

10. $\Diamond\Diamond\Diamond(\Diamond(R \to P) \wedge \neg(R \to P))$ ____________________

(10×3 boda = 30 bodova)

PRILOG: Dopuštena pravila prirodne dedukcije

- Dedukcija može biti izvod ili dokaz. Izvod počinje jednom ili više (glavnih) premisa odvojenih od ostatka izvoda vodoravnom crtom. Dokaz nema (glavnih) premisa, što povlači da dokaz mora započeti podizvodom.
- Opravdanja se sastoje od tri podatka: simbol veznika, slovo `u` ili `i` (za uvođenje/isključenje), te jedan ili više brojeva ili brojevnih raspona. Ta tri podatka mogu biti odijeljena razmakom, zarezom, kosom crtom ili nekako drugačije. Poredak ta tri podatka proizvoljan je (to ne znači da je poredak brojeva proizvoljan). Iznimno, reiteraicija (opetovanje) ne sadrži slovo `u` ili `i`.
- Kod nekih je pravila poredak premisa iz kojih slijede proizvoljan, što je signalizirano **zvjezdicom**. Kod takvih se pravila iznimno dopušta i proizvoljan poredak u zapisu brojeva u opravdanju. Primjerice, kod uvođenja konjunkcije, redak rednog broja k mogao se pojaviti prije retka rednog broja j, a u opravdanju je u oba slučaja moglo pisati $\wedge u, j, k$ ili $\wedge u, k, j$. U sva četiri slučaja, pravilo zovemo $\wedge$u.
- Tri točkice signaliziraju da su na njihovu mjestu možda još neki redci osim upisanih.

Uvođenje konjunkcije. *

j	A	
	$\vdots$	
k	B	
	$\vdots$	
	$A \wedge B$	$\wedge$u, j, k

Uvođenje disjunkcije.

j	A	
	$\vdots$	
	$A \vee B$	$\vee$u, j

j	B	
	$\vdots$	
	$A \vee B$	$\vee$u, j

Uvođenje kondicionala.

j	$\mid A$	pretp.
	$\mid \vdots$	
k	$\mid B$	
	$A \to B$	$\to$u, j–k

Uvođenje bikondicionala.

j	$\mid A$	pretp.
	$\mid \vdots$	
k	$\mid B$	
m	$\mid B$	pretp.
	$\mid \vdots$	
n	$\mid A$	
	$A \leftrightarrow B$	$\leftrightarrow$u, j–k, m–n

Uvođenje kontradikcije. *

j	A	
	$\vdots$	
k	$\neg A$	
	$\vdots$	
	$\bot$	$\bot$u, j, k

Uvođenje negacije.

j	$\mid A$	pretp.
	$\mid \vdots$	
k	$\mid \bot$	
	$\neg A$	$\neg$u, j–k

Isključenje konjunkcije.

j	$A \wedge B$	
	$\vdots$	
	A	$\wedge$i, j

j	$A \wedge B$	
	$\vdots$	
	B	$\wedge$i, j

Isključenje disjunkcije.

e	$A \vee B$	
	$\vdots$	
j	$\mid A$	pretp.
	$\mid \vdots$	
k	$\mid C$	
m	$\mid B$	pretp.
	$\mid \vdots$	
n	$\mid C$	
	C	$\vee$i, e, j–k, m–n

Isključenje kondicionala. *

j	$A \to B$	
	$\vdots$	
k	A	
	$\vdots$	
	B	$\to$i, j, k

Isključenje bikondicionala. *

j	$A \leftrightarrow B$	
	$\vdots$	
k	A	
	$\vdots$	
	B	$\leftrightarrow$i, j, k

j	$A \leftrightarrow B$	
	$\vdots$	
k	B	
	$\vdots$	
	A	$\leftrightarrow$i, j, k

Isključenje kontradikcije.

j	$\bot$	
	$\vdots$	
	A	$\bot$i, j

Isključenje negacije.

j	$\neg\neg A$	
	$\vdots$	
	A	$\neg$i, j

Reiteracija (opetovanje).

j	A	
	$\vdots$	
	A	re., j (ili op., j)