

# ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ LOGIKE

2. ožujka 2018.

KATEGORIJA A

## BODOVI:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE: 3 BODA
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- KRIVO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

ZADATAK	BROJ BODOVA	MAX BODOVA
1.		36
2.		24
3.		24
4.		39
5.		54
6.		24
7.		42
<b>UKUPNO</b>		<b>243</b>

Vrijeme rješavanja testa: 120 minuta

### Zadatak 1.

Organizira se raspored čuvanja natjecatelja na državnom natjecanju iz logike. **Jedine moguće** osobe koje će čuvati natjecatelje (čuvari) jesu Igor, Lahorka, Milena i Tajana. Njihove druge obveze odredile su sljedeće uvjete:

- Ako će Tajana čuvati, onda vrijedi da će Igor čuvati, a Tajana neće čuvati.
- Ako će Igor čuvati, onda će barem Igor ili Tajana čuvati.
- Ako će Milena čuvati, onda će barem Igor ili Tajana čuvati.
- Ako će Lahorka čuvati, onda će Milena čuvati a Lahorka neće čuvati.
- Ako Igor neće čuvati, Igor će čuvati ako i samo ako će Tajana čuvati.
- Ako Milena neće čuvati, Igor će čuvati samo ako Lahorka neće čuvati.
- Čuvat će barem jedno od sljedećih dvoje: Igor i Milena.
- Čuvat će barem jedno od sljedećih troje: Igor, Milena i Lahorka.

a) Jesu li gornji uvjeti (zajedno) konzistentni? DA / NE

b) Tko će sve (ako itko) biti čuvar ako su ispunjeni gornji uvjeti? Dane su sljedeće kategorije osoba: **A** - iz navedenih uvjeta slijedi da će osoba čuvati (i ne slijedi da neće čuvati), **B** - iz navedenih uvjeta slijedi da osoba neće čuvati (i ne slijedi da će čuvati), **C** - iz navedenih uvjeta slijedi i da će osoba čuvati i da neće čuvati, **D** - iz navedenih uvjeta ne slijedi ni da će osoba čuvati, ni da neće. Pokraj imena svake osobe napišite kojoj od tih kategorija pripada.

1. Igor: \_\_\_\_\_
2. Lahorka: \_\_\_\_\_
3. Milena: \_\_\_\_\_
4. Tajana: \_\_\_\_\_

c) Pretpostavite da su zadani neki (**možda drugačiji**) uvjeti o čuvanju, koje ne znate, ali znate da je skup tih uvjeta konzistentan, i za svaku osobu znate kojoj kategoriji pripada među kategorijama A, B, C i D. Neka je među tim četirima osobama ukupno  $a$  osoba kategorizirano kategorijom A,  $b$  osoba kategorijom B,  $c$  osoba kategorijom C i  $d$  osoba kategorijom D. Dakle,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  imaju moguće vrijednosti 0, 1, 2, 3 i 4, te su u sumi jednake 4. Izrazite **najkraćim** aritmetičkim izrazom<sup>1</sup> sljedeće vrijednosti na najinformativniji način s obzirom na dostupne informacije:

1. Najmanji ukupni broj osoba koje će čuvati: a.
2. Najveći ukupni broj osoba koje će čuvati: \_\_\_\_\_.

<sup>1</sup>Aritmetički izraz smije sadržavati samo cijele brojeve, slova  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  te operacije  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$ ,  $/$ . Primjeri aritmetičkih izraza jesu:  $a + b - c$ ,  $2$  i  $b \cdot d + 1$ .

3. Najmanji ukupni broj osoba koje neće čuvati: \_\_\_\_\_.
4. Najveći ukupni broj osoba koje neće čuvati: \_\_\_\_\_.
5. Najmanji broj čuvara za koje na temelju vaših informacija znate tko su (imenom): \_\_\_\_\_.
6. Najveći broj čuvara za koje na temelju vaših informacija znate tko su (imenom): \_\_\_\_\_.
7. Najmanji broj osoba koje neće čuvati, i za koje na temelju vaših informacija znate tko su (imenom): \_\_\_\_\_.
8. Najveći broj osoba koje neće čuvati, i za koje na temelju vaših informacija znate tko su (imenom): \_\_\_\_\_.

**(12×3 boda = 36 bodova)**

### Zadatak 2.

Pojam  $A$  podređen (subordiniran) je pojmu  $B$  ako je svaki element opsega pojma  $A$  ujedno element opsega pojma  $B$ . **Pojmovi mogu imati prazan opseg.** Smatramo da su pojmovi jednaki ako i samo ako su im jednaki opsezi. Jesu li sljedeće tvrdnje istinite za **sve** pojmove  $A$ ,  $B$  i  $C$ ?

1. Ako je pojam  $A$  podređen pojmu  $B$ , onda postoji barem jedan pojam, različit od  $A$  i  $B$ , koji je nadređen (superordiniran) pojmu  $A$ , a podređen pojmu  $B$ . DA / NE
2. Ako su pojmovi  $A$  i  $B$  ukršteni (interferentni), onda postoji pojam čiji opseg nije prazan, koji je podređen i pojmu  $A$  i pojmu  $B$ . DA / NE
3. Ako su  $A$  i  $B$  razdvojeni (disjunktni), ne vrijedi da je  $C$  istovremeno podređen i pojmu  $A$  i pojmu  $B$ . DA / NE
4. Ako su  $A$  i  $B$  razdvojeni, ne vrijedi da je  $C$  istovremeno nadređen i pojmu  $A$  i pojmu  $B$ . DA / NE
5. Ako su  $A$  i  $B$  razdvojeni, a  $B$  je nadređen pojmu  $C$ , onda  $A$  nije podređen pojmu  $C$ . DA / NE
6. Ako su  $A$  i  $B$  ukršteni, a  $C$  je istovremeno podređen i pojmu  $A$  i pojmu  $B$ , onda su  $A$  i  $C$  ukršteni. DA / NE
7. Ako su  $A$  i  $B$  ukršteni, a  $C$  je istovremeno nadređen i pojmu  $A$  i pojmu  $B$ , onda je  $A$  podređen pojmu  $B$  ili  $B$  podređen pojmu  $A$ . DA / NE
8. Ako su  $A$  i  $B$  ukršteni, a  $B$  je podređen pojmu  $C$ , onda postoji pojam nepraznog opsega koji je istovremeno podređen i pojmu  $A$  i pojmu  $C$ . DA / NE

**(8×3 boda = 24 boda)**

### Zadatak 3.

a) Poredajte dane rečenice u nizove (možda jednočlane), tako da iz prve rečenice slijedi druga, iz druge treća itd. Iskoristite najveći mogući broj rečenica i nemojte istu rečenicu koristiti više puta (ako je više mogućih rješenja, navedite samo jedno). U rješenjima upisujete slova ispred rečenica. npr. u prvom podzadatku bi rješenje moglo biti **a, b, c**.

1. Rečenice:

- (a) Igor pjeva.
- (b) Igor pjeva ili Lahorka pjeva.
- (c) Igor pjeva ili Lahorka pjeva ili Milena pjeva.

Rješenje: \_\_\_\_\_.

2. Rečenice:

- (a) Igor pjeva.
- (b) Ako Igor pjeva, onda Lahorka pjeva.
- (c) Ako Igor pjeva, onda ako Milena pjeva, onda Lahorka pjeva.

Rješenje: \_\_\_\_\_.

3. Rečenice:

- (a) Igor pjeva.
- (b) Lahorka pjeva ili Milena pjeva.
- (c) Tajana pjeva ili Milena pjeva.

Rješenje: \_\_\_\_\_.

4. Rečenice:

- (a) Igor pjeva ako i samo ako: Lahorka pjeva samo ako Milena ne pjeva.
- (b) Igor ne pjeva i nije tako da ako Lahorka pjeva, onda Milena ne pjeva.
- (c) Vrijedi barem jedno od sjedećeg troje: Igor pjeva i Milena ne pjeva; Lahorka i Milena pjevaju; Milena pjeva i Lahorka ne pjeva.

Rješenje: \_\_\_\_\_.

5. Rečenice:

- (a) Igor pjeva ako i samo ako: Lahorka pjeva samo ako Milena ne pjeva.
- (b) Igor ne pjeva i nije tako da ako Lahorka pjeva, onda Milena ne pjeva.
- (c) Vrijedi barem jedno od sjedećeg troje: Igor pjeva i Milena pjeva; Lahorka i Milena pjevaju; ni Lahorka ni Milena ne pjevaju.

Rješenje: \_\_\_\_\_.

6. Rečenice:

- (a) Igor pjeva ako i samo ako Igor ne pjeva.
- (b) Igor pjeva ili Igor pjeva.
- (c) Igor pjeva ako i samo ako Igor pjeva.

Rješenje: \_\_\_\_\_.

b) Je li moguće da u zadatku ovog tipa iz **konjunkcije** prvih dviju rečenica u ispravnom nizu slijedi treća rečenica iz istog niza, koja ne slijedi iz prve rečenice istog niza? DA / NE

c) Je li moguće da u zadatku ovog tipa iz **disjunkcije** prvih dviju rečenica u ispravnom nizu slijedi treća rečenica iz istog niza, koja ne slijedi iz prve rečenice istog niza? DA / NE

(8×3 boda = 24 boda)

#### Zadatak 4.

Albus, Gandalf i Merlin se pripremaju za moguće jedenje kolačića. Poznato je da će Albus jesti kolačiće, ili će i Gandalf i Merlin jesti kolačiće. Tada tvrdnja da Albus neće jesti kolačiće, a ako će Gandalf jesti kolačiće, da ih neće jesti Merlin, nije istinita. Formalizirajte gornji argument koristeći početna slova imena osoba (A, G i M) za tvrdnju da će ta osoba jesti kolačiće. Potom dovršite izvod konkluzije iz premise u sustavu prirodne dedukcije koristeći samo osnovna pravila uvođenja i isključivanja logičkih veznika te reiteracije (opetovanja).

**Kako postoje različite konvencije oko detalja u prirodnoj dedukciji, dobro proučite pravila u prilogu (na posljednjoj stranici testa).**

1			pretp.
2			_____
3			_____
4			_____
5			_____
6			_____
7			_____
8			_____
9			_____
10			→i, 8, 9
11			_____
12			_____
13			_____.

**Napomena:** Potpuno točno ispunjen redak uključujući opravdanje donosi 3 boda.

(13×3 boda = 39 bodova)

**Zadatak 5.**

Dovršite donji izvod u sustavu prirodne dedukcije koristeći samo osnovna pravila uvođenja i isključivanja logičkih veznika te reiteracije (opetovanja).

**Kako postoje različite konvencije oko detalja u prirodnoj dedukciji, dobro proučite pravila u prilogu (na posljednjoj stranici testa).**

1	$A \leftrightarrow (B \rightarrow D)$	pretp.
2	$C \vee D$	pretp.
3		_____
4		_____
5		_____
6		_____
7		_____
8		_____
9		_____
10		_____
11		_____
12		_____
13		_____
14		_____
15		_____
16		_____
17		_____
18		_____
19		_____
20	$A \leftrightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))$	_____

**Napomena:** Potpuno točno ispunjen redak uključujući opravdanje donosi 3 boda.

**(18×3 boda = 54 boda)**

**Zadatak 6.**

**i.** Provjerite je li dolje navedeni skup formula konzistentan nadopunjavanjem započetog stabla. Upišite samo jednu formulu na svaku praznu crtu te nemojte dodavati crte (stablo smije imati samo 10 koraka, uključujući i 6 već upisanih). Sami dodajte sve ostale potrebne oznake ( $\checkmark$ ,  $\times$ ,  $\circ$ ).

a)  $\neg(A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow (B \rightarrow A))))$

b)  $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

c)  $\neg(A \wedge \neg B)$

d)  $A \wedge \neg(A \rightarrow (B \wedge \neg B))$

e)  $\neg B \vee (B \rightarrow \neg((A \wedge B) \rightarrow (A \rightarrow B)))$

f)  $\neg(\neg A \rightarrow (B \vee B))$

1.  $\neg(A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow (B \rightarrow A))))$

2.  $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

3.  $\neg(A \wedge \neg B)$

4.  $A \wedge \neg(A \rightarrow (B \wedge \neg B))$

5.  $\neg B \vee (B \rightarrow \neg((A \wedge B) \rightarrow (A \rightarrow B)))$

6.  $\neg(\neg A \rightarrow (B \vee B))$

7. \_\_\_\_\_

8. \_\_\_\_\_

9. \_\_\_\_\_

10. \_\_\_\_\_

**ii.** Navedite najveći konzistentni podskup skupa formula iz podzadatka (**i**), tako da zaokružite slova onih formula koje su u tom konzistentnom skupu.

a) b) c) d) e) f)

iii. Zadan je skup formula:

- a)  $(\neg A \vee B) \vee \neg(A \wedge \neg B)$
- b)  $(B \wedge B) \rightarrow (\neg B \vee (B \rightarrow \neg B))$
- c)  $A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \wedge C))$
- d)  $\neg A \rightarrow (\neg B \vee C)$

Zaokružite točan odgovor: Skup **jest** / **nije** konzistentan.

iv. Navedite najveći konzistentan podskup ovog skupa formula, tako da zaokružite slova onih formula koje su u tom konzistentnom skupu.

- a) b) c) d)

(8×3 boda = 24 boda)

#### Zadatak 7.

Promatranjem govornika egzotičnog jezika shvatili smo da dolje navedene riječi označavaju pojmove: **životinja, kralježnjak, sisavac, mesojed, svejed, biljojed, pripitomljen, kojot, pas, orao, slon, osa, vepar** i **domaća svinja** (svi ovi imaju svoje uobičajeno značenje u hrvatskom jeziku). Nadalje, naučili smo ponešto o odnosima tih pojmova. S obzirom na dostupne informacije u nastavku zadatka, odredite što svaki od navedenih pojmova znači. U okolišu govornika ovog jezika sve su ose svejedi, dok psi i njihovi bliski divlji srodnici kojoti jedu samo meso.

- a) Llwynogod: \_\_\_\_\_
- b) Ci bach: \_\_\_\_\_
- c) Inu: \_\_\_\_\_
- d) Omuniboa: \_\_\_\_\_
- e) Honyurui: \_\_\_\_\_
- f) Nguruwe: \_\_\_\_\_
- g) Gacynen: \_\_\_\_\_
- h) Lysysydd: \_\_\_\_\_
- i) Tai: \_\_\_\_\_
- j) Kipenzi: \_\_\_\_\_



- k) Tembo: \_\_\_\_\_  
l) Inoshishi: \_\_\_\_\_  
m) Kijani: \_\_\_\_\_  
n) Mnyama: \_\_\_\_\_

O pojmovima imamo sljedeće informacije:

1. Pojmovi **Honyurui**, **Mnyama** i **Omuniboa** spadaju pod opseg pojma **Gacynen**.
2. Pojmovi **Ci bach** i **Tai** su usporedni (koordinirani).
3. Pojmovi **Mnyama** i **Omuniboa** su usporedni (koordinirani).
4. Pojmovi **Tai** i **Omuniboa** spadaju pod opseg pojma **Llwynogod**.
5. Pojam **Nguruwe** spada pod opseg pojma **Kipenzi**, ali ne spada pod opseg pojma **Kijani**.
6. Pojmovi **Ci bach**, **Tai**, **Lysysydd**, **Mnyama** i **Omuniboa** spadaju pod opseg pojma **Kijani**.
7. Pojam **Inu** je nadređen (superordiniran) pojmu **Kipenzi**.
8. Pojam **Kijani** je podređen (subordiniran) pojmu **Kipenzi**.
9. Pojmovi **Tembo**, **Gacynen** i **Inoshishi** su usporedni (koordinirani).
10. Pojmovi **Ci bach**, **Tai** i **Nguruwe** spadaju pod opseg pojma **Tembo**.
11. Pojam **Lysysydd** spada pod opseg pojma **Inoshishi**.
12. Pojam **Honyurui** spada pod opseg pojma **Inu**, ali ne spada pod opseg pojma **Kipenzi**.

(14×3 boda = 42 boda)

## PRILOG: Dopuštena pravila prirodne dedukcije

- Opravdanja se sastoje od tri informacije: veznik, slovo u/i (za uvođenje/isključenje), te jedan ili više brojeva ili brojevnih raspona. Te tri informacije mogu biti odijeljene razmakom, zarezom, kosom crtom itd. Njihov je poredak proizvoljan (to se ne odnosi na interni poredak brojeva). Reiteracija odstupa od ovog pravila.
- Kod nekih je pravila poredak premisa proizvoljan, što je signalizirano **zvjezdicom**. Kod takvih se pravila iznimno dopušta i proizvoljan poredak u zapisu brojeva u opravdanju. Primjerice, kod uvođenja konjunkcije, redak *b* mogao se pojaviti prije retka *a*, a u opravdanju je moglo pisati  $\wedge u, b, a$ . Dakle, postoje četiri verzije pravila  $\wedge u$ . Slično vrijedi za ostala pravila sa zvjezdicom.
- Tri točkice signaliziraju da su na njihovu mjestu možda još neki redci osim upisanih.

Reiteracija (opetovanje).

$$\begin{array}{l|l} a & A \\ & \vdots \\ & A \end{array} \quad \text{re., a (ili op., a)}$$

Uvođenje konjunkcije. \*

$$\begin{array}{l|l} a & A \\ & \vdots \\ b & B \\ & \vdots \\ & A \wedge B \end{array} \quad \wedge u, a, b$$

Uvođenje disjunktije.

$$\begin{array}{l|l} a & A \\ & \vdots \\ & A \vee B \end{array} \quad \vee u, a \qquad \begin{array}{l|l} b & B \\ & \vdots \\ & A \vee B \end{array} \quad \vee u, b$$

Uvođenje kondicionala.

$$\begin{array}{l|l} a & \begin{array}{l|l} A & \text{pretp.} \\ \vdots & \\ B & \end{array} \\ & A \rightarrow B \end{array} \quad \rightarrow u, a-b$$

Uvođenje bikondicionala.

$$\begin{array}{l|l} a & \begin{array}{l|l} A & \text{pretp.} \\ \vdots & \\ B & \end{array} \\ b & \begin{array}{l|l} B & \text{pretp.} \\ \vdots & \\ A & \end{array} \\ d & A \leftrightarrow B \end{array} \quad \leftrightarrow u, a-b, c-d$$

Uvođenje kontradikcije. \*

$$\begin{array}{l|l} a & A \\ & \vdots \\ b & \neg A \\ & \vdots \\ & \perp \end{array} \quad \perp u, a, b$$

Uvođenje negacije.

$$\begin{array}{l|l} a & \begin{array}{l|l} A & \text{pretp.} \\ \vdots & \\ \perp & \end{array} \\ b & \neg A \end{array} \quad \neg u, a-b$$

Isključenje konjunkcije.

$$\begin{array}{l|l} a & \begin{array}{l|l} A \wedge B \\ \vdots \\ A \end{array} \\ & \wedge i, a \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} b & \begin{array}{l|l} A \wedge B \\ \vdots \\ B \end{array} \\ & \wedge i, b \end{array}$$

Isključenje disjunktije.

$$\begin{array}{l|l} d & A \vee B \\ & \text{pretp.} \\ a & \begin{array}{l|l} A \\ \vdots \\ C \end{array} \\ & \text{pretp.} \\ c_1 & C \\ b & \begin{array}{l|l} B \\ \vdots \\ C \end{array} \\ & \text{pretp.} \\ c_2 & C \end{array} \quad \vee i, d, a-c_1, b-c_2$$

Isključenje kondicionala. \*

$$\begin{array}{l|l} c & A \rightarrow B \\ & \vdots \\ a & A \\ & \vdots \\ & B \end{array} \quad \rightarrow i, c, a$$

Isključenje bikondicionala. \*

$$\begin{array}{l|l} c & \begin{array}{l|l} A \leftrightarrow B \\ \vdots \\ A \end{array} \\ & \leftrightarrow i, c, a \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} c & \begin{array}{l|l} A \leftrightarrow B \\ \vdots \\ B \end{array} \\ b & \begin{array}{l|l} B \\ \vdots \\ A \end{array} \end{array} \quad \leftrightarrow i, c, b$$

Isključenje kontradikcije.

$$\begin{array}{l|l} a & \begin{array}{l|l} \perp \\ \vdots \\ A \end{array} \\ & \perp i, a \end{array}$$

Isključenje negacije.

$$\begin{array}{l|l} a & \begin{array}{l|l} \neg \neg A \\ \vdots \\ A \end{array} \\ & \neg i, a \end{array}$$