

ŠKOLSKO NATJECANJE IZ LOGIKE

5. veljače 2026.

BODOVI*:

- POTPUNO TOČNO RJEŠENJE: 3 BODA
- IZOSTANAK RJEŠENJA: 1 BOD
- POGREŠNO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: 0 BODOVA

ZADATAK	BROJ BODOVA	NAJVIŠE BODOVA
1.		36
2.		24
3.		24
4.		24
5.		33
6.		21
7.		30
8.		15
UKUPNO		207

*Posebna napomena za bodovanje navedena je u 3. zadatku.

Vrijeme rješavanja testa: 120 minuta

Zadatak 1.

U stanu su četiri mačke: Niki, Frozen, Annie, Snow. Mačke kao mačke, nekad govore istinu, a nekad ne, i to sve skupa često ovisi o neobičnim okolnostima, primjerice o tome je li dan ili noć.

1. Noć je. Po noći, umjesto da spavaju (a ne spava im se jer su spavale cijeli dan), mačke razgovaraju. Točno jedna mačka govori istinu, dok ostale tri govore neistinu. Svaka izgovori po jednu rečenicu:

- Niki: "Frozen govori istinu."
- Frozen: "Annie govori neistinu."
- Annie: "Snow govori neistinu."
- Snow: "Niki i Frozen govore istinu."

Za svaku mačku odredite govori li istinu.

mačka	govori istinu (da/ne)
Annie	
Frozen	
Niki	
Snow	

2. Dan je. U stanu su tri sobe: dnevna (D), kuhinja (K) i soba (S). Vrijedi sljedeće:

- Svaka je mačka u točno jednoj sobi (ovo je potrebno naglasiti jer svi koji imaju mačke znaju da mačke vole imati glavu i prednje noge u jednoj sobi, a stražnje noge u drugoj sobi i tako stajati na vratima).
- U svakoj je sobi barem jedna mačka.
- Mačka govori istinu ako i samo ako je u istoj sobi s barem jednom drugom mačkom.

Svaka mačka izgovori po jednu rečenicu:

- Niki: "Annie je u kuhinji."
- Frozen: "Niki je u dnevnoj sobi."
- Annie: "Snow je u istoj sobi kao ja."
- Snow: "Niki i Annie su u istoj sobi."

Za svaku mačku odredite u kojoj je sobi i govori li istinu ili ne.

mačka	govori istinu (da/ne)	soba (K/D/S)
Annie		
Frozen		
Niki		
Snow		

3. I dalje je isti dan. Mačke su nekoliko sati bile same u stanu (iako, za nered je nekad dovoljno i nekoliko minuta) i dogodilo se sljedeće:

- netko je pojeo hranu,
- netko je prevrnuo stolicu,
- netko je razbio vazu.

Vrijedi:

- Svaku od triju radnji napravila je točno jedna mačka.
- Svaka je mačka napravila najviše jednu radnju.
- Nijedna mačka ne govori istinu.

Svaka mačka izgovori po jednu rečenicu:

- Niki: "Ja nisam prevrnuo stolicu, a Frozen je razbila vazu."
- Frozen: "Niki nije ništa napravio ako je Annie pojela hranu."
- Annie: "Ako Snow nije ništa napravila, onda ni ja nisam ništa napravila."
- Snow: "Frozen nije razbila vazu."

- a) Koja je mačka pojela hranu? _____
- b) Koja je mačka prevrнула stolicu? _____
- c) Koja je mačka razbila vazu? _____
- d) Koja mačka nije ništa napravila (osim što ne govori istinu)? _____

(12×3 boda = 36 bodova)

Zadatak 2.

Zadane su premise:

1. $p \rightarrow (q \vee r)$

2. $q \rightarrow s$

3. $r \rightarrow s$

4. $\neg s \rightarrow \neg p$

Za svaku od sljedećih konkluzija provjerite čini li zaključak valjanim (V) ili nevaljanim (N).
Zaokružite točne odgovore.

	Konkluzija	Zaključak
1.	$p \rightarrow s$	V / N
2.	$\neg s \rightarrow (\neg q \wedge \neg r)$	V / N
3.	$s \rightarrow (q \vee r)$	V / N
4.	$\neg p \rightarrow \neg s$	V / N
5.	$(q \vee r) \rightarrow p$	V / N
6.	$(q \wedge r) \rightarrow s$	V / N
7.	$\neg s$	V / N
8.	s	V / N

(8×3 boda = 24 boda)

Zadatak 3.

U zamišljenom djeliću Svemira koji je predstavljen koordinatnom mrežom 4×4 nalaze se četiri zvijezde: Aldebaran (A), Bellatrix (B), Capella (C) i Deneb (D) (napomena: iako sve ove zvijezde zaista postoje, u ovom se zadatku ne radi o njihovim stvarnim odnosima). Svaka zvijezda nalazi se u točno jednom polju (x,y) . U svakom se polju nalazi najviše jedna zvijezda. Za zvijezdu Z :

- $x(Z) = a$ znači da se Z nalazi u stupcu a
- $y(Z) = b$ znači da se Z nalazi u retku b

Dane su sljedeće tvrdnje:

1. Nije slučaj da: ako je Bellatrix u retku 1, onda je Capella u stupcu 3.
2. Nije slučaj da: ako je Aldebaran u stupcu 4, onda nije u retku 2.
3. Ako Capella nije u retku 3, onda je Deneb u stupcu 4.
4. Nije slučaj da: ako je Capella u stupcu 1, onda Deneb nije u retku 4.
5. Ako Bellatrix nije u stupcu 2, onda je Deneb u stupcu 2.
6. Nije slučaj da: ako je Deneb u retku 4, onda Bellatrix nije u stupcu 3.

Na temelju navedenih tvrdnji odredite točne koordinate (x,y) svake zvijezde i ucrtajte ih u koordinatnu mrežu 4×4 .

$y \backslash x$	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

Napomena o bodovanju: svaka potpuno točno unesena zvijezda (x,y) donosi šest bodova. Potpuno prazna mreža donosi četiri boda (pojedini retci i stupci ostavljeni praznima, u slučaju da se u mrežu nešto upisivalo, ne donose bodove).

(4×6 bodova = 24 boda)

Zadatak 4.

Napišite istovrijedne iskaze svakom zadanom iskazu. Svaka crta predstavlja mjesto za atomarni iskaz, zagradu ili logički operator $\neg$, $\wedge$, $\vee$ i $\rightarrow$.

a) $\neg(p \rightarrow (q \wedge r))$

1. $_\ \wedge _\ _\ _\ _\ r _\$

2. $_\ p _\ _\ _\ _\ \vee _\ p _\ \neg _\ _\$

3. $_\ _\ _\ p _\ _\ _\ \wedge r _\ _\$

b) $\neg((p \vee q) \rightarrow \neg(r \wedge p))$

1. $_\ p _\ _\ _\ _\ _\ \wedge p _\$

2. $_\ _\ _\$

3. $p _\ _\ _\ p _\$

c) $\neg((p \rightarrow q) \vee \neg(r \rightarrow (p \wedge s)))$

1. $\neg _\ _\ _\ _\ q _\ _\ _\ r _\ _\ _\ p _\ s _\ _\$

2. $\neg _\ _\ _\ _\ _\ q _\ _\ _\ _\ r _\ _\ _\ _\ s _\ _\ _\$

(8×3 boda = 24 boda)

Zadatak 5.

Zadan je zadovoljiv skup formula Γ :

$$\Gamma = \{(p \vee q), (p \rightarrow r), (q \rightarrow s), \neg(r \wedge s)\}$$

a) Koliko atomarnih iskaza unutar Γ mora biti istinito da bi skup Γ bio zadovoljiv? ____

b) Koje valuacije za p , q , r i s zadovoljavaju skup Γ ?

Model 1: _____

Model 2: _____

c) Ispitajte vrijede li sljedovi u nastavku te zaokružite točne odgovore:

1. $\Gamma \models \neg p \vee \neg q$ **DA** / **NE**

2. $\Gamma \models r \rightarrow \neg s$ **DA** / **NE**

3. $\Gamma \models s \rightarrow \neg r$ **DA** / **NE**

4. $\Gamma \models (p \leftrightarrow \neg q)$ **DA** / **NE**

d) Dodajte skupu Γ tri moguće nove formule Φ takve da:

1. prošireni skup $\Gamma \cup \Phi$ nije zadovoljiv,

2. Φ ne smije biti oblika $\neg\Psi$ za neku $\Psi \in \Gamma$ te

3. Φ mora sadržavati točno dva različita atomarna iskaza i samo logički operator konjunkcije.

Moguća su četiri odgovora. Komutativna se rješenja ne priznaju kao odgovori (npr. navođenje $\Phi \wedge \Psi$ i $\Psi \wedge \Phi$).

Formule:

(1) _____ (2) _____

(3) _____ (4) _____

(11×3 boda = 33 boda)

Zadatak 6.

U svakom od sljedećih primjera prepoznajte koja se logička pogreška pojavljuje. U obzir dolaze sljedeće pogreške (svaka se pojavljuje točno jednom):

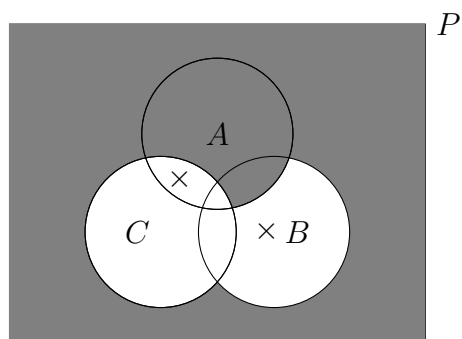
- *ad hominem*
- *ad populum*
- *post hoc, ergo propter hoc*
- *ad baculum*
- slamnati čovjek
- pogreška autoriteta
- pogreška lažne dvojbe

1. Ne možeš ozbiljno shvaćati Ivanovo mišljenje o klimatskim promjenama – čovjek ni vlastiti balkon ne zna urediti. _____
2. Ana tvrdi da bi trebalo pažljivije regulirati korištenje umjetne inteligencije. Očito želi zabraniti svu tehnologiju i vratiti nas u kameno doba. _____
3. Ne budete li učili svaki dan barem tri sata, nemojte se čuditi ako padnete razred. _____
4. Gotovo svi u razredu misle da je ovaj film genijalan, tako da je jasno da je riječ o vrhunskom umjetničkom djelu. _____
5. Ili ćemo početi slušati profesore u svemu što nam govore, ili će u školi zavladatai potpuni kaos. _____
6. Poznata glumca rekla je da je ova nova krema za lice odlična, pa nema sumnje da stvarno djeluje. _____
7. Otkako je mačak Niki počeo spavati na radijatoru, grijanje se stalno kvari. Očito je on uzrok problema. _____

(7×3 boda = 21 bod)

Zadatak 7.

Zadan je Vennov dijagram:



Za svaki od iskaza (1)–(10) odredite u koju od sljedećih kategorija pripada:

(A) mora biti istinito u svim modelima koji odgovaraju dijagramu;

(B) ne može biti istinito (u suprotnosti je s dijagramom);

(C) može, ali ne mora (nije odlučivo samo iz dijagrama);

Na prazne crte upišite oznake **A**, **B** ili **C**.

1. $P = A \cup B \cup C$ ___

2. $A \subseteq C$ ___

3. $A \cap C \neq \emptyset$ ___

4. $B \neq \emptyset$ ___

5. $B \subseteq A$ ___

6. $A \setminus C \neq \emptyset$ ___

7. $C \setminus (A \cup B) \neq \emptyset$ ___

8. $A \cap B = \emptyset$ ___

9. $B \cap C \subseteq A$ ___

10. $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ ___

(10×3 boda = 30 bodova)

Zadatak 8.

Razmatra se univerzum U i tri podskupa $A, B, C \subseteq U$. Na raspolaganju je *jedan jedini* Vennov dijagram s tri kruga, u kojem je dopušteno:

- osjenčati područja,
- u pojedina područja upisati znak **X**,
- pojedina područja ostaviti praznima.

Nije dopušteno crtati više dijagrama, koristiti uvjetne oznake niti označavati točan broj elemenata (osim tvrdnje “postoji barem jedan”).

Za svaku od sljedećih tvrdnji odredite može li se izraziti **jednim** Vennovim dijagramom navedenog tipa ili ne može. Nije potrebno crtati dijagram – dovoljno je odgovoriti **MOŽE** / **NE MOŽE**.

1. $A \subseteq B$ _____
2. $A \cap C = \emptyset$ _____
3. $A \subseteq (B \cup C)$ _____
4. $U = A \cup B \cup C$ _____
5. $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ _____

(5×3 boda = 15 bodova)